



การศึกษาการไหลของอนุภาคในระบบทางเดินหายใจตอนบน
ด้วยวิธีการวิเคราะห์เชิงตัวเลข



รัฐศักดิ์ พรหมมาศ

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี วิทยาเขตวังไกลกังวล

พ.ศ. 2550

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาปรากฏการณ์การไหล (Flow Phenomena) เมื่อมีการไหลของอนุภาค (Particle) ในระบบทางเดินหายใจตอนบนของมนุษย์ โดยใช้โปรแกรม CFD เพื่อสร้างแบบจำลองการไหลของอากาศที่มีส่วนผสมของอนุภาค เพื่อให้เห็นลักษณะการไหลและการเกิดคราบหรือตะกอนที่เกาะติดตามผนังของท่อทางเดินหายใจ โดยกำหนดอัตราการไหลที่ทางเข้าเป็น 15 ลิตรต่อนาที ความเร็วเริ่มต้น 20 เซนติเมตรต่อวินาที และอัตราการไหลที่ทางเข้า 60 ลิตรต่อนาที ความเร็วเริ่มต้น 40 เซนติเมตรต่อวินาที อนุภาคที่ผสมอยู่ในอากาศเป็นแบบ 2 เฟส คือของแข็ง และก๊าซ โดยอนุภาคมีขนาด 1 นาโนเมตร และ 10 นาโนเมตร จากแบบจำลองพบว่าถ้าที่ความเร็วในการไหล 20 เซนติเมตรต่อวินาที อนุภาคจะเกาะติดบริเวณท่อทางแยกมากกว่า ที่ความเร็วในการไหล 40 เซนติเมตรต่อวินาที เนื่องจากที่ความเร็วในการไหลต่ำจะเกิดพลังงานจลน์มาก ซึ่งเป็นบริเวณที่มีความเร็วต่ำคือบริเวณขอบและทางแยก



สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อ	ก
สารบัญ	ข
รายการตาราง	ง
รายการรูปประกอบ	จ
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความสำคัญ และที่มาของปัญหา	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย	2
1.3 ขอบเขตของการวิจัย	2
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	3
บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	4
2.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง (Literature Review)	4
2.2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	6
2.3 กลศาสตร์การหายใจ	9
2.4 ลักษณะการไหลของอากาศ	11
บทที่ 3 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์	13
3.1 แบบจำลองการไหลปั่นป่วน (Turbulence Model)	13
3.2 สมการต่อเนื่อง (Continuity equation)	13
3.3 สมการโมเมนตัม (Momentum equation)	15
3.4 สมการอนุรักษ์พลังงาน	20
3.5 สมการทำนายค่าพลังงานจลน์ของการไหลปั่นป่วน และการกระจาย ของพลังงานจลน์ของการไหลปั่นป่วน ($K - \epsilon$ model)	22

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
3.6 เงื่อนไขขอบ (Boundary condition)	23
3.7 วิธีการคำนวณ	25
บทที่ 4 ผลและวิจารณ์ผล	
4.1 ความเร็วในการไหล	29
4.2 พลังงานจลน์	31
4.3 การไหลของอนุภาค	32
บทที่ 5 สรุปและข้อเสนอแนะ	34
5.1 สรุปผลการทดลอง	34
5.2 ข้อเสนอแนะ	34
บรรณานุกรม	35



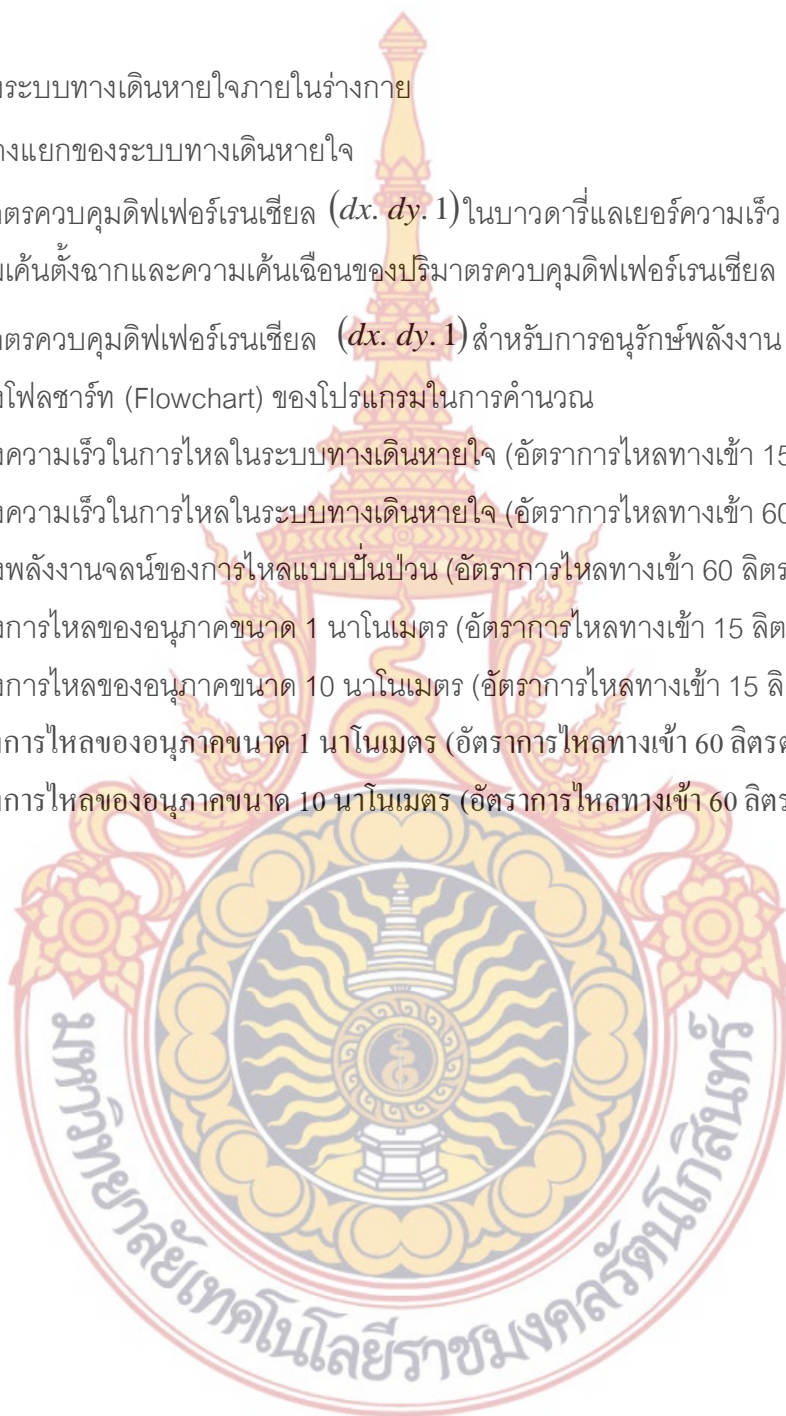
รายการตาราง

ตารางที่		หน้า
3.1	ค่าตัวแปรที่เกิดจากผลกระทบของกริดในการคำนวณของครีบลักษณะแบบเรียงแถว	26
3.2	ค่าตัวแปรที่เกิดจากผลกระทบของกริดในการคำนวณของครีบลักษณะแบบสลับแถว	27



รายการรูปประกอบ

รูปที่	หน้า
1.1 แสดงระบบทางเดินหายใจภายในร่างกาย	1
1.2 ท่อทางแยกของระบบทางเดินหายใจ	2
3.1 ปริมาตรควบคุมดิฟเฟอเรนเชียล ($dx \cdot dy \cdot 1$) ในบาวดารีแลเยอร์ความเร็ว 2 มิติ	14
3.2 ความเค้นตึงฉากและความเค้นเฉือนของปริมาตรควบคุมดิฟเฟอเรนเชียล 2 มิติ	17
3.3 ปริมาตรควบคุมดิฟเฟอเรนเชียล ($dx \cdot dy \cdot 1$) สำหรับการอนุรักษ์พลังงาน	20
3.5 แสดงโฟลชาร์ท (Flowchart) ของโปรแกรมในการคำนวณ	28
4.1 แสดงความเร็วในการไหลในระบบทางเดินหายใจ (อัตราการไหลทางเข้า 15 ลิตรต่อนาที)	29
4.2 แสดงความเร็วในการไหลในระบบทางเดินหายใจ (อัตราการไหลทางเข้า 60 ลิตรต่อนาที)	30
4.3 แสดงพลังงานจลน์ของการไหลแบบปั่นป่วน (อัตราการไหลทางเข้า 60 ลิตรต่อนาที)	31
4.4 แสดงการไหลของอนุภาคขนาด 1 นาโนเมตร (อัตราการไหลทางเข้า 15 ลิตรต่อนาที)	31
4.5 แสดงการไหลของอนุภาคขนาด 10 นาโนเมตร (อัตราการไหลทางเข้า 15 ลิตรต่อนาที)	32
4.6 แสดงการไหลของอนุภาคขนาด 1 นาโนเมตร (อัตราการไหลทางเข้า 60 ลิตรต่อนาที)	33
4.7 แสดงการไหลของอนุภาคขนาด 10 นาโนเมตร (อัตราการไหลทางเข้า 60 ลิตรต่อนาที)	33



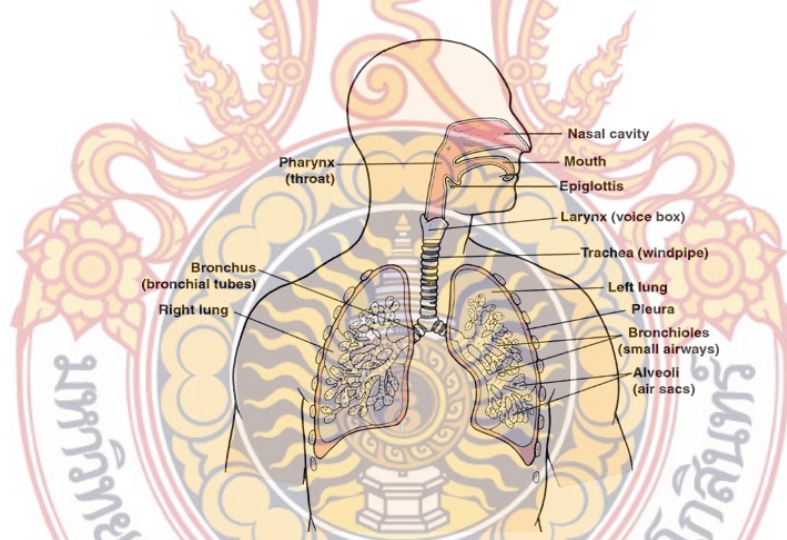
บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญ และที่มาของปัญหา

ระบบการหายใจของมนุษย์เป็นระบบที่มีการทำงานและมีโครงสร้างที่ซับซ้อนมากมีความสำคัญต่อร่างกายอย่างมาก ทำหน้าที่นำออกซิเจนจากสิ่งแวดล้อมเข้าสู่ร่างกาย และนำคาร์บอนไดออกไซด์ออกจากร่างกาย ซึ่งออกซิเจนที่ได้จะนำไปใช้ในปฏิกิริยาทางเคมีของขบวนการต่าง ๆ ภายในร่างกาย อวัยวะและเซลล์สำคัญที่เกี่ยวข้องกับการหายใจแบ่งออกเป็น 2 ส่วนใหญ่ ๆ [1] คือ

1.1.1 ส่วนที่ทำหน้าที่เป็นทางผ่านเข้า-ออกของอากาศ (Conducting part) ในส่วนนี้ไม่มีหน้าที่ในการแลกเปลี่ยนก๊าซออกซิเจนและคาร์บอนไดออกไซด์กับเลือด แต่ทำหน้าที่ปรับแต่งอากาศที่หายใจเข้าไปให้เหมาะสม เช่นปรับอุณหภูมิ ปรับความชื้นในอากาศ กรองฝุ่นละอองไว้ ซึ่งในส่วนนี้ประกอบด้วย จมูก, Nasopharynx, Oropharynx, Trachea, Bronchus และ Bronchiole



รูปที่ 1.1 แสดงระบบทางเดินหายใจภายในร่างกาย

1.1.2 ส่วนที่ทำหน้าที่แลกเปลี่ยนก๊าซ (Respiratory part) ประกอบด้วย Respiratory bronchiole, Alveolar duct, Alveolar sac และ Alveolus ในส่วนนี้จะมีโครงสร้างจากหลอดลมฝอยส่วนปลาย (Terminal Bronchiole) แตกแขนงต่อไปโดยจะเริ่มเป็นส่วนที่ทำหน้าที่แลกเปลี่ยนก๊าซ (Acinus or Alveolar air space) คือจะแยกให้แขนงหลอดลมฝอยส่วนหายใจ (Respiratory bronchiole) จำนวนมากจากหลอดลมฝอยส่วนหายใจแต่ละอันแตกแขนงออกเป็นท่อถุงลม

(Alveolar duct) หลายท่อ ท่อถุงลมจะโป่งออกเป็นกะเปาะถุงลม (Alveolar sac) ผนังของท่อถุงลม และกะเปาะถุงลมจะประกอบด้วยถุงลม (Alveolus or alveoli) จำนวนมากมาย

การไหลของของไหลในร่างกายมนุษย์ที่เกี่ยวข้องกับการหายใจส่วนที่ทำหน้าที่แลกเปลี่ยนก๊าซนั้นจะมีลักษณะเป็นท่อทางที่มีขนาดเล็กถึงมีท่อทางแยก (Bifurcation) และท่อโค้งจำนวนมาก ลักษณะแบบนี้จะทำให้การไหลของอากาศภายในท่อทางของระบบดังกล่าวมีความซับซ้อนมาก เนื่องจากการหายใจเป็นแบบ Oscillation [2] ต้องอาศัยกลไกการทำงานที่เกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนแปลงปริมาตร, การไหล, ความดัน, แรงแรง, ความต้านทานและงานของการหายใจซึ่งการหายใจเข้าเป็นกระบวนการ Active การหายใจเข้าธรรมดา (Quiet Respiration) ใช้การทำงานของกล้ามเนื้อกระบังลม (Diaphragm) เป็นส่วนใหญ่ ส่วนการหายใจออกเป็นกระบวนการ Passive จากความหยุ่นของเนื้อปอดและทรวงอก จากกระบวนการไหลของอากาศดังกล่าวจึงทำให้ความเร็วในการไหลไม่คงที่ (Non-uniform Velocity Profile)



รูปที่ 1.2 ท่อทางแยกของระบบทางเดินหายใจ

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาปรากฏการณ์การไหล (Flow Phenomena) เมื่อมีการไหลของอนุภาค (Particle) ในระบบทางเดินหายใจตอนบนของมนุษย์ โดยใช้โปรแกรม CFD

1.3. ขอบเขตของการวิจัย

1.3.1 ศึกษาการไหลของอากาศและอนุภาค (Particle) ในระบบทางเดินหายใจตอนบนของมนุษย์ภายใต้สภาวะการหายใจแบบ Resting Condition

1.3.2 ใช้โปรแกรม CFD สร้างแบบจำลองการไหลแบบ 2 มิติ โดยมีสภาวะขอบเขต (Boundary Condition) และ สภาวะการไหล (Flow Condition) ดังนี้

- ท่อทางเดินหายใจเป็นท่อแยกที่ไม่สมมาตร (Asymmetry)
- การไหลเป็นแบบไม่คงตัว (Unsteady Flow)
- การไหลแบบสองสถานะ (2- Phase Flow) ที่เป็นของแข็งและก๊าซ

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

- 1.4.1 เป็นแนวทางในการออกแบบอนุภาคของยาที่เหมาะสมในการป้อนเข้าทางหลอดลม
- 1.4.2 ทำให้ทราบถึงลักษณะการไหลของของไหลที่มีส่วนผสมของอนุภาค
- 1.4.3 ทราบถึงปัจจัยที่มีผลในการไหลของอากาศและอนุภาคในหลอดลม
- 1.4.4 เข้าใจถึงรูปแบบการไหล (Flow Pattern) ในระบบทางเดินหายใจที่เป็นประโยชน์ต่อการวินิจฉัยโรค



บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง (Literature Review)

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องสำหรับการไหลของอากาศในท่อทางแยก (Bifurcation) ของหลอดลมมนุษย์ ที่ผ่านมานั้นได้มีการศึกษาแบ่งเป็น 2 ลักษณะด้วยกันดังนี้

2.1.1 การจำลองทางคณิตศาสตร์ (Simulation)

Kurujareon และคณะ [3] ศึกษารูปแบบการไหลของอากาศจากการหายใจภายในปอดของมนุษย์ด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (CFD) แบบ 3 มิติ ของท่อแยกที่ไม่สมมาตรกันโดยอ้างอิงข้อมูลจากการศึกษาของ Horstfield และคณะ (ค.ศ.1971) ตลอดจนงานวิจัยอื่น ๆ ที่มีการเผยแพร่ที่ผ่านมาทั้งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และการทดลอง ในการศึกษาที่กำหนดสภาวะการหายใจเป็น 2 สภาวะคือ Resting Condition, Maximal Exercise Condition การศึกษาทั้ง 2 แบบพบว่ามีตัวแปรอื่นที่มีอิทธิพลในการไหลของอากาศคือ อิทธิพลจากการพา และอิทธิพลของความหนืดที่เป็นแบบไม่คงตัว (Unsteadiness effect)

Kurujareon [4] สร้างแบบจำลอง (Simulation) การไหลแบบไม่คงตัว (Unsteady) ของอากาศในท่อทางแยกที่ไม่สมมาตรกันภายในปอดของมนุษย์แบบ 3 มิติโดยใช้หลักการ Finite Volume Method (FVM) โดยการนำข้อมูลที่ได้จากแบบจำลองการหายใจที่เกิดจากการสั่นที่เป็นสภาวะปกติที่มีค่าต่าง ๆ ของการไหลเท่ากันคือ ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ (Re) 1.75×10^3 , ค่าวอมเมอर्सเลย์ 2.73 ที่มีปริมาตรการหายใจและความถี่เท่ากับ 50 ลิตร และ 0.8 Hz ตามลำดับ ซึ่งผลที่ได้มีความน่าเชื่อถือสูงเมื่อเทียบกับงานวิจัยที่ผ่านมา ซึ่งผลที่ได้จากการศึกษานั้น ขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายอย่าง คือ ผลกระทบจากการเคลื่อนที่เนื่องจากความหนืด และจากการเคลื่อนที่นั้นพบว่าภายนอกของผนังทางแยกของส่วนโค้งเกิดการหายใจเข้า

Hegedus และคณะ [5] ศึกษาแนวทางที่เป็นไปได้จากการตกค้างของอนุภาคในท่อทางเดินหายใจที่เป็นองค์ประกอบของทางเดินหายใจในร่างกายมนุษย์ซึ่งมีลักษณะเป็นทางแยก (Bifurcation) โดยการนำผลงานวิจัยต่าง ๆ ที่ผ่านมาเกี่ยวกับกรจำลองทางคณิตศาสตร์ ที่ความละเอียดในการหาคำตอบ เพื่อนำมาพัฒนาโดยใช้เทคนิค แบบจำลองการไหล (CFD) ในส่วนของการตกค้างจากการสูดอากาศของท่อทางเดินหายใจ ในการศึกษาลักษณะของท่อทางเดินหายใจนั้นเป็นท่อเดี่ยวและท่อทางแยกที่มีการวิเคราะห์รูปทรงทางเรขาคณิตแบบสมมาตร (Symmetric) และไม่สมมาตร (Asymmetric)

ผลที่ได้เห็นว่าท่อทางแยกที่สมมาตรกันนั้นการตกตะกอนจะมีการกระจายอย่างสม่ำเสมอบริเวณทางแยกส่วนท่อที่ไม่สมมาตรกันการตกตะกอนจะมีการกระจายอย่างไม่สม่ำเสมอ

Zhang และคณะ [6] ศึกษาการไหลแบบลามินาร์จากการสูดลมหายใจที่มีส่วนผสมของอนุภาค (Particle) มีขนาด 10 ไมครอน ที่ทำให้เกิดการตกตะกอนบริเวณท่อทางเดินหายใจชั้นแยกที่3 (Triple Bifurcation) ในระบบการหายใจจากการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ด้วยโปรแกรม CFD (CFX4.3) ด้วยวิธี Finite-volume แล้วนำผลที่ได้มาเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการทดลอง และข้อมูลการตกตะกอนชั้นแยกที่2 (Double Bifurcation) ที่มีรูปแบบการไหลของอากาศและอนุภาคเป็นแบบไม่คงตัว Transient เพื่อนำมาวิเคราะห์หาประสิทธิภาพ และความหนาแน่นของการตกตะกอนที่เพิ่มมากขึ้น ภายใต้สภาวะการไหลที่เกิดการหมุนวน (Cyclic Condition) และสภาวะการหายใจแบบคงตัว (Steady Inhalation Condition)

Zhang และคณะ [7] ศึกษาผลกระทบของท่อโค้งทางเข้าของทางเดินหายใจที่มีอากาศไหลของอากาศและการตกตะกอนของอนุภาคบริเวณทางแยก ซึ่งการไหลของของไหลที่ทางเข้าเป็นแบบราบเรียบ (Larminar) ผสมกับอนุภาคที่มีขนาดเป็นไมครอน ท่อทางเข้ามีความโค้งตั้งแต่ 0° - 90° โดยใช้โปรแกรม CFD (CFX4.3) วิเคราะห์ด้วยวิธี Finite-volume เพื่อหารูปแบบการไหล และการเคลื่อนที่ของอนุภาคที่ตกตะกอนบริเวณผนังท่อและนำมาวิเคราะห์การไหลที่มีสภาวะการไหลที่ทางเข้าแตกต่างกันเช่น การไหลตามรูปแบบ (Uniform) และเส้นความเร็วการไหลแบบพาราโบลา (Parabolic Velocity Profiles) เพื่อเปรียบเทียบกับท่อทางเดินหายใจที่เป็นท่อตรงพบว่าลักษณะการตกตะกอนของอนุภาคต่างกับท่อทางเข้าที่เป็นท่อตรง ซึ่งมีองค์ประกอบที่สำคัญคือ ค่าสโตคคัมเบอร์ (Stokes Number) และค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ (Reynolds Number)

Sheu และคณะ [8] ศึกษาเพื่อวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของอนุภาคแบบสองสถานะ (Two-phase) ที่เกิดจากการไหลในระบบการหายใจด้วยวิธี Finite Element ตามทฤษฎีของนาเวียร์-สโตก (Navier-Stokes Equation) ที่มีส่วนผสมของอนุภาคอยู่ด้วย จากการศึกษาเพื่อทำนายการไหลในท่อทางแยกของระบบการหายใจของมนุษย์นั้นกำหนดสภาวะการไหลที่ต้นทาง (Upwind) มีสถานะเป็นก๊าซมีคุณสมบัติในการอัดตัวได้ด้วยสมการยกกำลังสี่ตามหลักการของ Petrov-Galerkin และนำไปแก้ปัญหาที่สมการการเคลื่อนที่ของอนุภาคในการหายใจเข้าปอด เพื่อนำไปประยุกต์ใช้กับของไหลทั้งสองสถานะ ซึ่งผลที่ได้มีเท่ากันระหว่างสมการการพาที่มีการแพร่ (Convection-diffusion) และการพาที่มีแรงต้าน (Convection-reaction) เพื่อเป็นสมการต้นแบบสำหรับการไหลที่มีสถานะเป็นแก๊สและสถานะของแข็ง

2.1.2 การทดลอง (Experimental)

Phillips และคณะ [9] ศึกษาารูปแบบการไหลของอากาศในหลอดลมของมนุษย์ที่มีลักษณะไม่สมมาตรกัน (Asymmetrical) โดยอ้างอิงข้อมูลตามทฤษฎีที่เกิดขึ้นจากความถี่ในการหายใจ มุมของท่อทางแยกที่แตกต่างกัน เพื่อนำมาสร้างความสัมพันธ์เพิ่มมากขึ้น ทั้งพื้นที่หน้าตัด ความยาว มุมของท่อทางแยก และอัตราการไหลเมื่อผ่านท่อทางแยก แล้วนำข้อมูลที่ได้ทั้งหมดมาเทียบกับทางทฤษฎีซึ่งผลที่ได้มีความสัมพันธ์ที่แตกต่างกันระหว่างรูปทรงที่สมมาตรและไม่สมมาตร ของท่อทางแยก

Tippe และคณะ [10] ทดลองเพื่อศึกษาเปรียบเทียบการไหลของอากาศในระบบทางเดินหายใจ โดยนำผลที่ได้จากการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธี CFD มาเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการวัด CT-scan ด้วยเครื่อง Pulsed Laser Velocimeter จากการทดลองวัดความเร็วของอากาศที่ไหลภายในท่อทางแยกที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางต่างๆ คือ 2, 4, 6, และ 8 มม. พบว่าท่อทางแยกที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 2 มม. มีความเร็วมากที่สุด

2.2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.2.1 หน้าทีของระบบหายใจ

หน้าที่สำคัญของระบบหายใจคือ การแลกเปลี่ยนก๊าซ (Gas Exchange) โดยรับออกซิเจนเข้าสู่ปอดขณะหายใจเข้า และขับคาร์บอนไดออกไซด์ออกขณะหายใจออก ระบบหายใจมีหน้าที่ให้ออกซิเจนแก่เซลล์ต่าง ๆ ของร่างกาย เพื่อเซลล์จะได้นำไปใช้เกี่ยวกับเมตาบอลิซึมและขับถ่ายคาร์บอนไดออกไซด์ที่เกิดขึ้นจากเมตาบอลิซึมของเซลล์ออกทางปอด นอกจากนี้หน้าที่หลักคือ การแลกเปลี่ยนก๊าซแล้วปอดยังทำหน้าที่อย่างอื่นด้วย เช่น เปลี่ยนแปลงสารบางอย่าง ช่วยป้องกันปอดจากสิ่งแปลกปลอมที่เป็นอันตราย และเป็นแหล่งเก็บพักของเลือดในร่างกาย เป็นต้น

การแลกเปลี่ยนก๊าซในสัตว์ชั้นต่ำแตกต่างจากสัตว์ชั้นสูง ในสัตว์เซลล์เดียว เช่น อะมีบา การแลกเปลี่ยนก๊าซเกิดขึ้นโดยอาศัยกระบวนการแพร่ (Diffusion) ของออกซิเจนผ่านระหว่างผนังเซลล์และน้ำเท่านั้น ในสัตว์ชั้นสูงเช่น สัตว์เลี้ยงลูกด้วยนม กระบวนการจะยุ่งยากขึ้น เช่น ในคนซึ่งเซลล์ต่าง ๆ ในร่างกายไม่ได้สัมผัสกับออกซิเจนในอากาศโดยตรง แต่มีอวัยวะพิเศษคือ ปอดซึ่งมีเนื้อที่พื้นผิวมาก ทำหน้าที่แลกเปลี่ยนก๊าซ การแลกเปลี่ยนก๊าซโดยปอดต้องอาศัยการทำงานประสานกันของระบบหายใจและระบบไหลเวียนเลือด

การหายใจประกอบด้วยกระบวนการต่อไปนี้

1. การหายใจภายนอก (External Respiration) หรือ Breathing หรือการแลกเปลี่ยนก๊าซที่เกิดขึ้นที่ปอด โดยมีการเปลี่ยนแปลงออกซิเจนและคาร์บอนไดออกไซด์ระหว่างก๊าซในปอดกับก๊าซในเลือดดำ

2. การขนส่งก๊าซในเลือด ได้แก่การขนส่งออกซิเจนจากปอดไปยังเนื้อเยื่อและคาร์บอนไดออกไซด์จากเนื้อเยื่อไปขับถ่าย (Excrete) ออกทางปอด โดยอาศัยการไหลเวียนเลือด

3. การหายใจภายใน หรือการหายใจระดับเซลล์ (Internal หรือ Cellular Respiration) ได้แก่การแลกเปลี่ยนก๊าซซึ่งเกิดขึ้นที่เนื้อเยื่อ คือการที่เนื้อเยื่อนำเอาออกซิเจนไปใช้ในการเผาผลาญอาหารและปล่อยคาร์บอนไดออกไซด์ออกจากเซลล์ การหายใจระดับเซลล์นี้เป็นเรื่องทางชีวเคมี

การแลกเปลี่ยนก๊าซที่ปอด

หน้าที่สำคัญของปอดคือ การแลกเปลี่ยนก๊าซ (Pulmonary Gas Exchange) ให้ออกซิเจนแก่เลือดดำ และรับคาร์บอนไดออกไซด์มาขับถ่ายออกทางอากาศหายใจออกทั้งนี้เพื่อเปลี่ยนเลือดดำให้เป็นเลือดแดง ในการนี้ต้องอาศัยกระบวนการสำคัญ 3 ประการคือ

1. Ventilation คือการที่อากาศภายนอกเข้าสู่ปอดขณะหายใจเข้า และอากาศจากปอดออกมาสู่บรรยากาศขณะหายใจออก การแลกเปลี่ยนก๊าซจะสมบูรณ์ อากาศที่เข้าสู่ปอดต้องมีปริมาณเพียงพอ และมีการกระจาย (Distribution) ไปยังถุงลมแต่ละอันอย่างสม่ำเสมอ (Even หรือ Uniform)

2. Diffusion ได้แก่ การเปลี่ยนแปลงก๊าซซึ่งเกิดขึ้นที่ปอด คือมีการแพร่ของออกซิเจนและคาร์บอนไดออกไซด์ผ่าน Blood-gas คือ Alveolar-capillary membrane การแลกเปลี่ยนก๊าซจะเสร็จสิ้นสมบูรณ์เมื่อ Partial Pressure ของออกซิเจนและคาร์บอนไดออกไซด์ในอากาศถุงลม (PA_{O_2} , PA_{CO_2}) และใน Pulmonary Capillary) หรือในเลือดแดง (P_{aO_2} , P_{aCO_2}) ได้สมบูรณ์กัน คือ $PA_{O_2} = P_{aO_2}$ และ $PA_{CO_2} = P_{aCO_2}$

3. Perfusion หรือ Circulation (Pulmonary Capillary Blood Flow) คือการที่เลือดจากเวนทริเคิลขวาไหลเข้าหลอดเลือดใน Pulmonary Circulation สุดท้ายแตกแขนงเป็น Pulmonary Capillary กระจายอยู่โดยรอบผนังของถุงลม เรียกว่า Pulmonary Capillary Bed การแลกเปลี่ยนก๊าซจะสมบูรณ์เมื่อเลือดที่มาปอดมีปริมาณเพียงพอ และมีการกระจายไปยังถุงลมแต่ละอันอย่างสม่ำเสมอ

โครงสร้างของปอด

โครงสร้างของปอดประกอบด้วยส่วนต่างๆ ซึ่งทำหน้าที่ต่างกันดังนี้

Respiratory Tract (Airway)

อากาศผ่านจมูก pharynx และ larynx เข้าสู่ trachea bronchial tree จาก trachea จะมีการแตกแขนงมากมายถึง 23 ลำดับชั้น (generation) ตามการแบ่งของ Weibel เพื่อนำเอาอากาศเข้าสู่ถุงลม ทางเดินอากาศดังกล่าวแบ่งเป็น 2 ส่วนคือ

1. Conduct Zone หรือ Conduct Airway ได้แก่ส่วนของทางเดินอากาศ 16 ลำดับชั้น ประกอบด้วย trachea, bronchi, bronchiole จนถึง terminal bronchiole ทางเดินอากาศส่วนนี้ไม่ได้ทำหน้าที่เกี่ยวกับการแลกเปลี่ยนก๊าซแต่เป็นทางนำอากาศเข้าสู่ปอดส่วนถัดไปนอกจากนี้ยังทำให้อากาศหายใจเข้าอุ่นและชื้น เนื่องจากไม่มีหน้าที่ในการแลกเปลี่ยนก๊าซจึงจัดทางเดินส่วนนี้เป็น Anatomical dead space มีปริมาตรประมาณ 150 มล.

2. Respiratory Zone หรือ Respiratory unit หรือ acinus ได้แก่ ทางเดินอากาศ 7 ลำดับชั้นที่เหลือ เริ่มจาก respiratory bronchiole, alveolar duct, alveolar sac และ alveoli ทางเดินอากาศส่วนนี้ทำหน้าที่เกี่ยวกับการแลกเปลี่ยนอากาศ มีปริมาตรประมาณ 3000มล.คิดเป็นระยะทางหรือความยาวในส่วนนี้เพียง 5 มม. เท่านั้น

ถุงลม (Alveoli)

ตั้งแต่เกิดจนถึงเป็นผู้ใหญ่ จำนวนถุงลมเพิ่มขึ้นประมาณ 10 เท่า ในระยะเวลา 8 ปีแรกเป็นการเพิ่มจำนวนถุงลมซึ่งจะสิ้นสุดก่อนการเจริญเติบโตของร่างกาย ในระยะหลังเป็นการขยายขนาดของถุงลม ทำให้ปริมาตรปอด (Lung Volume) เพิ่มขึ้นตามขนาดของทรวงอกซึ่งขยายใหญ่ขึ้น ในผู้ใหญ่จำนวนถุงลมเฉลี่ยในปอดทั้ง 2 ข้างประมาณ 300 ล้านอัน เส้นผ่านศูนย์กลางของถุงลมประมาณ 75-300 μm เนื้อที่สำหรับแลกเปลี่ยนก๊าซกว้างขวางมากคิดเป็นเนื้อที่พื้นผิวประมาณ 60-80 ตารางเมตร หรืออาจถึง 50-100 ตารางเมตร ซึ่งมากกว่าเนื้อที่ผิวกายประมาณ 40 เท่า

ผนังถุงลมประกอบด้วย alveolar epithelium เพียงชั้นเดียว เลือดดำจากส่วนต่างๆ ของร่างกายเป็น mixed venous blood ผ่านมาตามหลอดเลือดฝอยซึ่งกระจายอย่างหนาแน่นอยู่โดยรอบผนังของถุงลม เรียกว่า pulmonary capillary bed โดยเฉลี่ยถุงลม 1 อัน มีหลอดเลือดฝอยมากระจายประมาณ 1000 เส้น กล่าวคือถุงลมมีเส้นเลือดฝอยมาเลี้ยงหนาแน่นที่สุดในร่างกาย โดยเลือดที่ไหลผ่านถุงลมจะแผ่เป็นฟิล์มบางๆ บนผิวของถุงลม ลักษณะการไหลที่เห็นจึงเป็น Sheet Flow อากาศในถุงลมจึงอยู่ชิดกับเลือดในหลอดเลือดฝอย โดยมี Alveolar Capillary Membrane บางๆ คั่นอยู่ ทำให้การแลกเปลี่ยนอากาศผ่านเยื่อผนังนี้เกิดได้เร็วมาก

Alveolar-capillary membrane

จากการดูด้วยกล้องจุลทรรศน์ สามารถมองเห็นส่วนประกอบของเยื่อผนังนี้ได้แก่

1. Alveolar epithelium
2. Capillary endothelium
3. Basement membrane ของ epithelium และของ endothelium อยู่ระหว่าง alveolar epithelium และ capillary endothelium
4. ชั้นของ Surfactant อยู่ที่ผิวของถุงลม

Alveolar epithelium เป็นชั้นบางๆ ประกอบด้วยเซลล์หลายชนิด เซลล์ที่พบมากมี 2 ชนิดคือ Type I alveolar cell หรือ squamous pneumocyte ซึ่งเป็นเซลล์ที่บรูส่วนใหญ่ของผิวในถุงลมหนา 0.1-0.3 μm เซลล์กว้างจึงกินเนื้อที่ถึง 93 % ของผิวในถุงลมทำหน้าที่สำคัญในการแลกเปลี่ยนก๊าซ เซลล์อีกจำพวกหนึ่งคือ Type II alveolar cell หรือ granular pneumocyte มีจำนวนมากกว่าเซลล์ชนิดแรก เซลล์มีลักษณะเป็นสี่เหลี่ยม (Cubical) กินเนื้อที่ประมาณ 7 % ของผิวในถุงลม ทำหน้าที่สำคัญในการสร้าง pulmonary surfactant เคลือบด้านในของถุงลม surfactant ทำหน้าที่ลดความตึงผิว (surface tension) ช่วยให้ถุงลมคงสภาพอยู่ได้ดีไม่แฟบเมื่อหายใจออก นอกจากนี้ type II alveolar cell ยังทำหน้าที่ซ่อมแซมผนังของถุงลมเมื่อ Type I alveolar cell ถูกทำลายจากพยาธิสภาพ โดย type II alveolar cell จะแบ่งตัวและเปลี่ยนเป็น Type I alveolar cell ทำให้ผนังของถุงลมกลับสู่สภาพปกติ

2.3 กลศาสตร์การหายใจ

กลศาสตร์การหายใจ (Mechanics of Breathing) เป็นเรื่องเกี่ยวกับแรง (Force) ที่ทำให้ทรวงอกและปอดเคลื่อนไหวขณะหายใจเข้าและหายใจออก และเกี่ยวกับความต้านทานต่อการหายใจ (Resistance to Breathing) ที่มาต้านแรงนั้น

เนื่องจากมีความแตกต่างระหว่างความดันบรรยากาศ (atmospheric pressure) และความดันภายในถุงลม (Intrapulmonary pressure) ปกติอากาศจะไหลจากที่มีความดันสูงไปสู่ที่มีความดันต่ำ เช่นเดียวกับน้ำ การหายใจเอาอากาศเข้าไปในปอดขณะหายใจเข้า ความดันภายในถุงลมต้องต่ำกว่าความดันบรรยากาศ อากาศจึงจะเข้าสู่ปอดได้ ขณะหายใจออกความดันภายในถุงลมต้องมากกว่าความดันบรรยากาศ อากาศจึงจะออกจากปอดได้

ในภาวะปกติการหายใจเข้าเป็นกระบวนการ Active การที่จะหายใจได้ Ventilation พอเพียงต้องอาศัยการหดตัวของ Inspiratory muscle เพื่อทำให้เกิดแรงไปขยายทรวงอกและปอด แรงนี้ต้องมากกว่าสามารถเอาชนะความต้านทานต่อการหายใจ ส่วนการหายใจออกเป็นกระบวนการ Passive อาศัยการคืนตัว (Recoil) ของทรวงอกและปอด ทำให้มีขนาดเล็กลง

Respiratory Pressure

การหายใจเข้าและออกเกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนแปลงของความดันต่อไปนี้

1. Intrathoracic Pressure หรือ Intrapleural Pressure คือความดันภายในช่องเยื่อหุ้มปอด (pleural cavity)

พื้นผิวปอดคลุมด้วย visceral pleura และตลบกลับเป็น parietal pleura ไปคลุมด้านในของทรวงอก pleura ทั้ง 2 ชั้นนี้อยู่แนบชิดกันโดยมีช่องเคลือบอยู่เป็นฟิล์มบางๆ คือ pleural fluid ซึ่งมีปริมาณน้อยมากระหว่าง pleura 2 ชั้นมี potential space คือช่องเยื่อหุ้มปอดโดยที่ pleura สองชั้นอยู่ชิดกันมากและมีช่องเคลือบอยู่ เมื่อทรวงอกขยาย ปอดจึงขยายตามด้วย

ปอดปกติมีความโน้มเอียงที่จะ recoil และแยกตัวออกจากผนังทรวงอกเนื่องจากมีความยืดหยุ่น ขณะหายใจออกหมดคือที่ปริมาตร FRC (Functional Residual Capacity) ปอดมีแนวโน้มที่จะ recoil เข้าใน ส่วนทรวงอกมีแนวโน้มที่จะ recoil ออกนอก ซึ่ง recoil force นี้จะได้สมดุลกันแต่มีทิศทางตรงกันข้าม ทำให้ Intrapleural Pressure มีค่าต่ำกว่า Atmospheric Pressure เป็น Subatmospheric Pressure หรือ negative pressure ทำนองเดียวกับการดึงลูกสูบออกจากกระบอกฉีดยาที่ปลายปิด ทำให้ภายในกระบอกฉีดยามีความดันต่ำกว่าความดันบรรยากาศ เมื่อมีการหายใจเข้าทรวงอกขยายใหญ่ขึ้น recoil force ยิ่งเพิ่มขึ้น intrapleural pressure จึงเป็นลบมากขึ้น intrapleural pressure ขณะหายใจเข้ามีค่าประมาณ -5 ถึง -6 มม.ปรอท (-8 ซม.น้ำ) ขณะหายใจออกประมาณ -2.5 มม. ปรอท (-5 ซม.น้ำ) นั่นคือ intrapleural pressure เปลี่ยนแปลงตามรอบการหายใจ

การเปลี่ยนแปลงของ intrapleural pressure มีผลต่อหลอดเลือดดำใหญ่ในทรวงอกซึ่งมีผนังบาง ถ้าความดันเป็นลบเพิ่มขึ้น เช่นขณะหายใจเข้าลึก หลอดเลือดดำใหญ่จะขยายออกรับเลือดเข้าสู่หัวใจเพิ่มขึ้น ตรงกันข้ามถ้าความดันเป็นบวก เช่น ขณะหายใจออกอย่างแรง หรือทำ Valsalva maneuver หลอดเลือดดำใหญ่จะแฟบและขัดขวางการไหลของเลือดเข้าหัวใจ (Cardiac Filling) อยู่ชั่วระยะหนึ่งทำให้เลือดคั่งในหลอดเลือดดำก่อนเข้าทรวงอกจนความดันเลือดดำมากกว่าความดันนอกหลอดเลือด เมื่อเลิกหายใจออก เลือดจึงจะไหลผ่านบริเวณที่ถูกขัดขวางได้ การที่เลือดเข้าหัวใจลดลงอยู่ชั่วขณะหนึ่งทำให้แรงดันเลือดลด อาจหมดสติได้

2.4 ลักษณะการไหลของอากาศ

อากาศที่ไหลผ่านท่อทางเดินหายใจมี 3 ลักษณะดังนี้

1. Laminar Flow เมื่ออากาศไหลช้า ลักษณะของการไหลจะเป็นเส้นตรงและที่ทิศทางขนานกับผนังของท่อทางเดินอากาศ การไหลของอากาศในบริเวณส่วนกลางท่อจะเร็วสุด Laminar Flow เกิดเฉพาะในทางอากาศขนาดเล็กๆ เท่านั้น การไหลชนิดนี้ driving pressure จะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับ Flow Rate คือ

$$P = K_1 \dot{V} \quad (2.1)$$

เมื่อ

K_1 คือค่าคงที่ความหนืดของอากาศ

2. Transitional Flow with Local Eddy Current เป็นการไหลผสมระหว่าง Laminar Flow และ Turbulent Flow เฉพาะที่ ซึ่งเรียกว่า Eddy Current การไหลลักษณะนี้เกิดบริเวณทางเดินอากาศที่มีการอุดตันจากมูก ของเหลวเนื้อเยื่อ หรือหลุดเลือด (Exudate) หรือเนื้องอก

3. Turbulent Flow เกิดเมื่ออัตราการไหลเร็วขึ้นอีก การไหลของอากาศมีทิศทางแตกแยกกันอย่างไม่เป็นระเบียบเกิดขึ้นทั่วไปหมด Turbulent Flow ขณะมีการหายใจเร็ว (Hyperpnea) มีออกกำลังกาย หรือเกิดในบริเวณทางเดินอากาศขนาดใหญ่ที่อากาศไหลเร็ว เช่น บริเวณ Trachea และ Bronchus ขนาดใหญ่ และยังเกิดได้เมื่อผนังทางเดินหายใจไม่เรียบ เช่น เยื่อผนังด้านในบวม หรือมีสิ่งคัดหลั่ง (Secretion) อุดซึ่งพบในโรคหืด

ความสัมพันธ์ระหว่าง Flow Rate และ Driving Pressure ใน Laminar Flow และตั้งเป็น Poiseuille's Law คือ

$$\dot{V} = \frac{P \pi r^4}{8 \eta l} \quad (2.2)$$

เมื่อ

\dot{V} อัตราการไหล

- P Driving Pressure
R รัศมีของทางเดินอากาศ
 η ความหนืด (Viscosity)
l ความยาวท่อทางเดินอากาศ



บทที่ 3

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

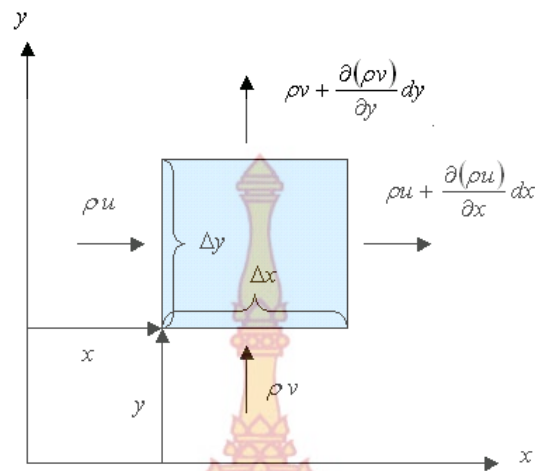
3.1 แบบจำลองการไหลปั่นป่วน (Turbulence Model)

การไหลแบบปั่นป่วน เป็นพื้นฐานที่สำคัญของการไหล 3 มิติ และการไหลที่ขึ้นอยู่กับเวลา (Transient flow) การไหลแบบปั่นป่วนนี้ไม่ใช่มีแต่การเปลี่ยนแปลงโมเมนต์เท่านั้นแต่จะมีการเปลี่ยนแปลงทั้งมวลและความร้อนเกิดขึ้นในการไหลด้วย ดังนั้นจึงไม่สามารถใช้หลักการของการไหลแบบลามินาร์ มาใช้ในการวิเคราะห์การไหลแบบปั่นป่วนได้ แบบจำลองการไหลแบบปั่นป่วน (Turbulent model) เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่แสดงถึงผลของการไหลแบบปั่นป่วนที่มีตัวแปรต่างๆ เช่น ความเร็ว ความดัน ความเค้นเฉือน และอื่นๆ เป็นแบบจำลองที่ใช้สำหรับงานที่มีความต้องการความแม่นยำในการคำนวณ

แบบจำลองการไหลแบบปั่นป่วนมีอยู่หลายชนิด แต่ในการวิจัยในครั้งนี้ได้เลือกแบบจำลองที่เรียกว่า $K - \epsilon$ Model ซึ่งเป็นแบบจำลองที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของการเกิด (Production) การแพร่ (Diffusion) การทำลาย (Destruction) ของพลังงานที่เกิดจากการปั่นป่วนของการไหล (Turbulent kinetic energy, K และ (Dissipation of kinetic energy, ϵ) ซึ่งเป็นการกระจายของพลังงานที่เกิดขึ้น Turbulent kinetic energy และ Dissipation of kinetic energy นำไปคำนวณหาค่าที่แสดงถึง สภาวะของการปั่นป่วนซึ่ง (Eddy diffusivity) มีผลต่อการสูญเสียความดัน (Pressure loss) ของการไหล

3.2 สมการต่อเนื่อง (Continuity equation)

สมการต่อเนื่องที่จริงก็คือสมการอนุรักษ์มวล สมการนี้ได้มาจากการเขียนสมการสมดุลมวลของปริมาตรควบคุม พิจารณาปริมาตรควบคุมเล็กๆ ภายในชั้นขอบเขตความเร็วของของไหลที่อัดตัวไม่ได้ดังแสดงในภาพประกอบ 3.1 สมมุติว่าการไหลเป็นแบบสองมิติและสถานะคงที่ ให้ x เป็นระยะตามผิวและ y เป็นระยะทางที่ตั้งฉากกับพื้นผิว กฎการอนุรักษ์มวลกล่าวว่าอัตราสุทธิที่มวลไหลเข้าสู่ปริมาตรควบคุม (ไหลเข้า - ไหลออก) จะต้องเท่ากับศูนย์ ถ้ามุมหนึ่งของปริมาตรควบคุม ($dx \cdot dy$) อยู่ที่จุด (x, y) อัตราการไหลของมวลสารเข้าสู่ปริมาตรควบคุมโดยผ่านพื้นผิวที่ตั้งฉากกับแกน x คือ $(\rho u dy)$ โดยที่ ρ คือ ความหนาแน่นของของไหล u คือ ความเร็วของของไหลในแกน x สมมุติให้ปริมาตรควบคุมนี้มีความหนาแน่นหน่วยตามแกน



รูปที่ 3.1 ปริมาตรควบคุมดิฟเฟอเรนเชียล ($dx \cdot dy \cdot 1$) ในบาวดารีแลเยอร์ความเร็ว 2 มิติ

เนื่องจาก ρ และ u อาจเปลี่ยนแปลงตาม x อัตราที่ซึ่งมวลสารไหลออกจาก ปริมาตรควบคุมทางพื้นผิวที่ $x + dx$ คือ $\left[\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dx \right] dy$

ดังนั้นอัตราสุทธิที่ซึ่งมวลไหลเข้าปริมาตรควบคุมในทิศทาง x คือ

$$\rho u dy - \left[\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dx \right] dy = -\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dx dy \quad (3-1)$$

ดังนั้นอัตราสุทธิที่ซึ่งมวลไหลเข้าปริมาตรควบคุมในทิศทาง y คือ

$$\rho v dx - \left[\rho v + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} dy \right] dx = -\frac{\partial(\rho v)}{\partial y} dy dx \quad (3-2)$$

จากกฎการอนุรักษ์มวลจะได้สมการต่อเนื่องของการไหลในชั้นขอบเขตดังนี้

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (3-3)$$

เมื่อให้ค่า ρ คงที่ สมการสามารถลดรูปเป็น

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3-4)$$

สมการนี้เรียกว่า สมการต่อเนื่อง (Continuity equation) ในพิกัดคาร์ทีเซียน สำหรับการไหลสม่ำเสมอสองมิติของของไหลที่อัดตัวไม่ได้

สำหรับการไหลสม่ำเสมอสามมิติของไหลที่อัดตัวไม่ได้ สมการดังกล่าวหาได้จากการพิจารณาการสมดุลของมวลของของไหลที่เข้า และออกจากปริมาตรเล็ก ๆ ซึ่งมีขนาด dx , dy , และ dz พิจารณามวลที่สะสมอยู่ในปริมาตรเล็ก ๆ นี้ จากการเคลื่อนที่ของของไหลทั้งสามทิศทางให้ u , v และ w เป็นความเร็วในทิศทางของ x , y และ z ตามลำดับ

อัตราการสะสมของไหลในปริมาตร = อัตราการสะสมของของไหลในทิศทาง \times $(x+y+z)$

$$= \left[\left(\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right) \right] dx dy dz$$

เพื่อรักษาภาวะต่อเนื่องของของไหล มวลของปริมาตรต้องไม่เปลี่ยนแปลงนั่นก็คืออัตราการไหลของของไหลเข้าสู่ปริมาตร จะต้องเท่ากับอัตราการไหลของของไหลออกจากปริมาตร หรืออาจกล่าวได้ว่า อัตราการสะสมของไหลในปริมาตรต้องเท่ากับศูนย์

$$\left[\left(\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right) \right] = 0 \quad (3-5)$$

3.3 สมการโมเมนตัม (Momentum equation)

สมการการอนุรักษ์โมเมนตัมเกิดจากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน สำหรับปริมาตรควบคุมภาพประกอบ 3.2 กฎนี้กล่าวว่า “ผลรวมของแรงทั้งหมดที่กระทำต่อปริมาตรควบคุมจะต้องเท่ากับผลรวมของอัตราการเปลี่ยนแปลงของโมเมนตัมภายในปริมาตรควบคุม (อัตราการไหลเข้าออกสุทธิของโมเมนตัม)” แรงที่กระทำต่อปริมาตรควบคุมมี 2 ประเภท คือ แรงกระทำที่ตัววัตถุ (Body forces) เป็นแรงที่กระทำต่อมวลของของไหลซึ่งจะแปรตามปริมาตร เช่น แรงโน้มถ่วง แรงเหวี่ยง และแรงกระทำที่ผิววัตถุ (Surface force) เป็นแรงที่ผิวของของไหล แรงนี้จะมีค่าแปรตามพื้นที่ผิว สามารถเขียนสมการในรูปทั่วไปได้ดังนี้

$$\left(\text{มวล} \right) \times \left(\begin{array}{c} \text{ความเร่ง} \\ \text{ในทิศทาง } i \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Body forces} \\ \text{กระทำในทิศทาง } i \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Surface forces} \\ \text{กระทำในทิศทาง } i \end{array} \right) \quad (3-6)$$

ให้ $u = u(x, y)$ และ $v = v(x, y)$ เมื่อพิจารณาปริมาตรของวัตถุ

เมื่อกำหนดให้ x, y คือ ระยะตามแกน $\Delta x, \Delta y, 1$ คือ ปริมาตรของวัตถุ
เมื่อมวลของของไหลเท่ากับ

$$m = \Delta x \cdot \Delta y \cdot 1 \cdot \rho \quad (3-7)$$

กำหนดให้ m คือ มวลของของไหล
 ρ คือ ความหนาแน่นของของไหล

3.3.1 ความเร่งของมวลในการเคลื่อนที่

สำหรับความเร่งของมวลในทิศทางแกน $x (a_x)$ เมื่อเราพิจารณาการไหลแบบสองมิติที่
สภาวะคงที่ $u = u(x, y)$

$$du = \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy \quad (3-8)$$

เมื่อนำมาเทียบกับเวลา dt จะได้

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{dy}{dt} \quad (3-9)$$

$$a_x = u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3-10)$$

ในลักษณะเดียวกันความเร่งของมวลในทิศแกน $y (a_y)$ แสดงด้วยสมการ (3-11) $v = v(x, y)$

$$a_y = u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \quad (3-11)$$

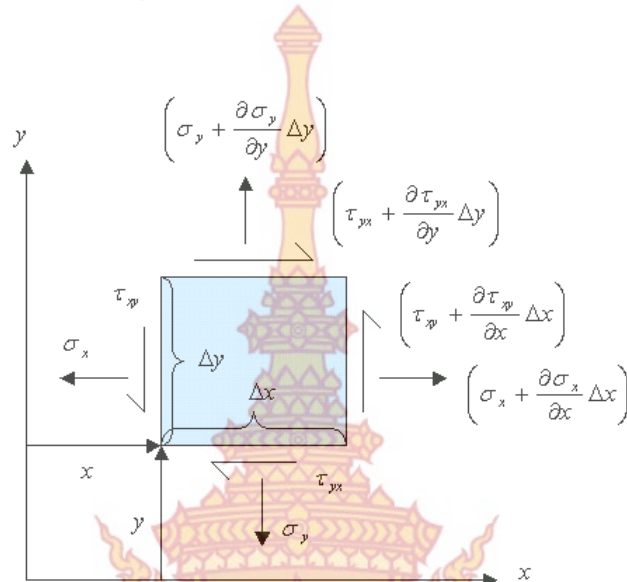
3.3.2 แรงกระทำที่ตัววัตถุ (Body Forces)

กำหนดให้ F_x และ F_y เป็นแรงที่กระทำต่อหน่วยปริมาตรในแนวแกน x และ y จะได้

$$\text{(Body Forces กระทำในแนวแกน } x) = F_x (\Delta x \Delta y 1) \quad (3-12)$$

$$(\text{Body Forces กระทำในแนวแกน } y) = F_y (\Delta x \Delta y 1) \tag{3-13}$$

3.3.3 แรงกระทำที่ผิววัตถุ (Surfaces Force)



รูปที่ 3.2 ความเค้นตั้งฉากและความเค้นเฉือนของปริมาตรควบคุมดิฟเฟอเรนเชียล 2 มิติ

$$(\text{Surfaces forces สุทธิกระทำในแนวแกน } x) = \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \right) (\Delta x \Delta y \cdot 1) \tag{3-14}$$

$$(\text{Surfaces forces สุทธิกระทำในแนวแกน } y) = \left(\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \right) (\Delta x \Delta y \cdot 1) \tag{3-15}$$

ดังนั้นจะได้สมการโมเมนต์ดังนี้

โมเมนต์ในแกน x

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = F_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \tag{3-16}$$

โมเมนต์ในแกน y

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = F_y + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \tag{3-17}$$

จากความสัมพันธ์ในการวิเคราะห์ซึ่งเกี่ยวข้องกับการหาค่าสำหรับความเค้นต่างๆ ที่ปรากฏในสมการเหล่านี้จะขึ้นอยู่กับชนิดของของไหลที่พิจารณา สำหรับการไหลสองมิติ คุณสมบัติต่างๆ คงที่ของสารอัดตัวไม่ได้ ค่าความเค้นต่างๆ จะเกี่ยวข้องกับความเร็ว ดังนี้

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (3-18)$$

$$\sigma_x = -P + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\sigma_y = -P + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y}$$

กำหนดให้

τ_{xy}, τ_{yx} คือ ความเค้นเฉือน

σ_x, σ_y คือ ความเค้นฉก

P คือ ความดันของของไหล

u คือ ความเร็วตามแกน x

v คือ ความเร็วตามแกน y

μ คือ ความหนืดสัมบูรณ์ของของไหล

แทนสมการ (3-18) ลงในสมการโมเมนตัม สมการ (3-17) และ (3-16) จะได้

โมเมนตัมในแนวแกน x

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = F_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (3-19)$$

โมเมนตัมในแนวแกน y

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = F_y - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (3-20)$$

ความสำคัญของกายภาพของเทอมต่างๆ ในสมการข้างต้นเป็นดังนี้ เทอมทางซ้ายมือแทนแรงเนื่องจากความเฉื่อย (Inertial force) ส่วนเทอมแรกทางขวามือ คือ แรงจากมวลของไหล

(Bodyforce) ส่วนเทอมที่สอง คือ แรงจากความดัน (Pressure force) และเทอมสุดท้ายในวงเล็บ คือ แรงเนื่องจากความหนืด (Viscous force) ที่กระทำต่อของไหล

สำหรับการไหลสม่ำเสมอสามมิติของของไหลที่อัดตัวไม่ได้ มีชื่อว่าสมการเนเวียร์-สโตก สามารถหาได้โดยพิจารณาแรงทั้งหมดที่กระทำบนปริมาตรของของไหล แล้วใช้กฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน เขียนได้ดังนี้

สำหรับแนวแกน x

$$x - \left(\frac{1}{\rho} \right) \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) + \nu \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \right] = \frac{\partial u}{\partial t} + u \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + v \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) + w \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (3-21)$$

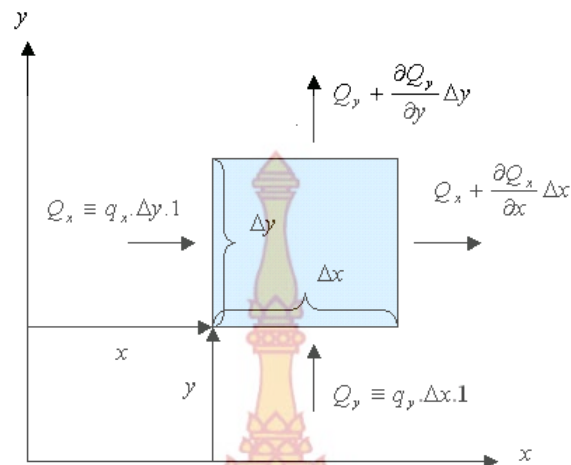
สำหรับแนวแกน y

$$y - \left(\frac{1}{\rho} \right) \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right) + \nu \left[\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \right] = \frac{\partial v}{\partial t} + u \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) + v \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) + w \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (3-22)$$

สำหรับแนวแกน z

$$z - \left(\frac{1}{\rho} \right) \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right) + \nu \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \right] = \frac{\partial w}{\partial t} + u \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) + v \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) + w \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (3-23)$$

3.4 สมการอนุรักษ์พลังงาน



รูปที่ 3.3 ปริมาตรควบคุมดิฟเฟอเรนเชียล ($dx \cdot dy \cdot 1$) สำหรับการอนุรักษ์พลังงาน

การกระจายของอุณหภูมิในสนามของการไหลเป็นไปตามสมการพลังงาน ซึ่งสามารถหาได้โดยการเขียนสมดุลพลังงานตามกฎข้อที่หนึ่งของเทอร์โมไดนามิกส์ สำหรับปริมาตรควบคุมดิฟเฟอเรนเชียลในสนามการไหล ถ้าไม่คิดพลังงานจากการแผ่รังสีและไม่มีแหล่งผลิตพลังงานในของไหลแล้ว สมดุลพลังงานในปริมาตรควบคุมดิฟเฟอเรนเชียล dx, dy (2 มิติ) อาจกล่าวได้ว่า

$$\left(\begin{array}{c} \text{อัตราพลังงานที่} \\ \text{เข้าโดยการนำ} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{อัตราพลังงานที่เข้า} \\ \text{โดยแรงจากน้ำหนัก} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{อัตราพลังงานที่เข้า} \\ \text{โดยความเค้นผิว} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{อัตราพลังงาน} \\ \text{ที่เพิ่มขึ้น} \end{array} \right) \quad (2-24)$$

โดยที่เทอมแรก คือ พลังงานที่เพิ่มแก่ปริมาตรควบคุม $\Delta x \cdot \Delta y \cdot 1$ โดยการนำที่เกิดขึ้นในทิศทาง x และ y พิจารณาจากรูปที่ 3.3 นั้นคือ

$$\left(\begin{array}{c} \text{อัตราพลังงาน} \\ \text{ที่เพิ่มโดยการนำ} \end{array} \right) = - \left(\frac{\partial Q_x}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial Q_y}{\partial y} \Delta y \right) = - \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} \right) \Delta x \cdot \Delta y \cdot 1$$

$$= k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \Delta x \cdot \Delta y \cdot 1 \quad (2-25)$$

เมื่อ

$$q_x = -k \frac{\partial T}{\partial x}, \quad q_y = -k \frac{\partial T}{\partial y}$$

เทอมที่สอง ถ้าให้ F_x และ F_y เป็น Body forces ที่กระทำต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร และให้ u และ v เป็นความเร็วในทิศทาง x และ y ตามลำดับแล้ว พลังงานที่เข้าไปในปริมาตร ควบคุม $\Delta x \cdot \Delta y \cdot 1$ เป็นผลมาจากการเพิ่มของพลังงานศักย์ ดังนี้

$$\left(\begin{array}{l} \text{อัตราพลังงานที่เพิ่ม} \\ \text{โดย Body force} \end{array} \right) = (u F_x + v F_y) \Delta x \cdot \Delta y \cdot 1 \quad (2-26)$$

เทอมที่สาม อัตราพลังงานที่เพิ่มในปริมาตรควบคุม $\Delta x \cdot \Delta y \cdot 1$ โดยความเค้นที่ผิวซึ่งประกอบด้วยความเค้น $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{yx}$ และ τ_{xy} เป็น

$$\left(\begin{array}{l} \text{อัตราพลังงานเพิ่มโดย} \\ \text{ความเค้นผิว} \end{array} \right) = \left[\frac{\partial}{\partial x}(u \sigma_x) + \frac{\partial}{\partial y}(v \sigma_y) + \frac{\partial}{\partial y}(u \tau_{yx}) + \frac{\partial}{\partial x}(v \tau_{xy}) \right] \Delta x \cdot \Delta y \cdot 1 \quad (2-27)$$

เทอมที่สี่ พลังงานที่บรรจุในปริมาตรควบคุม ซึ่งพิจารณาได้ว่าประกอบด้วย พลังงานภายในจำเพาะ (e) และพลังงานจลน์ต่อหน่วยของมวล $\frac{1}{2}(u^2 + v^2)$ เท่านั้น (ไม่คิดพลังงานศักย์)

$$\left(\begin{array}{l} \text{อัตราพลังงานเพิ่มของ} \\ \text{ปริมาตรควบคุม} \end{array} \right) = \rho \left[\frac{De}{Dt} + \frac{1}{2} \frac{D}{Dt}(u^2 + v^2) \right] \Delta x \cdot \Delta y \cdot 1 \quad (2-28)$$

โดยที่ $\frac{D}{Dt}$ เป็นอนุพันธ์รวมเทียบกับเวลา (Total derivative) สำหรับการไหลสม่ำเสมอสองมิติในที่นี้กำหนดเป็น

$$\frac{D}{Dt} \equiv u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \quad (2-29)$$

โดยแทนสมการต่าง ๆ ในสมการสมดุลพลังงาน (2-25) ผลลัพธ์ที่ได้ทำให้กะทัดรัดโดยแทนด้วยสมการโมเมนตัม และค่าความเค้นต่าง ๆ แล้วจะได้สมการพลังงานในระบบพิกัดฉากสำหรับการไหลสม่ำเสมอมิติอัดตัวไม่ได้ คุณสมบัติต่าง ๆ คงที่ ของของไหลนิวโตเนียนเป็น

$$\rho C_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \mu \Phi \quad (2-30)$$

โดยที่ Φ คือ ฟังก์ชันการสูญเสียพลังงานเนื่องจากความเสียดทานจากความหนืด กำหนดเป็น

$$\Phi \equiv 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2$$

เทอมต่าง ๆ ในสมการข้างบน (2-26) คือ เทอมซ้ายมือ แทนอัตราการถ่ายเทพลังงานโดยการถ่ายเทมวล ส่วนขวามือเทอมแรกในวงเล็บแทนการถ่ายเทความร้อนโดยการนำ และเทอมสุดท้ายเป็นการสูญเสียพลังงานจากความหนืด ในของไหล เนื่องจากความเสียดทานของของไหลภายใน สำหรับการประยุกต์ต่าง ๆ ทางวิศวกรรมมากที่สุด ค่าความเร็วของการไหลมักเปลี่ยนแปลงไม่มาก ดังนั้นเทอมของการสูญเสียพลังงานจากความหนืดตัดทิ้งไม่ต้องนำมาคิดก็ได้ ดังนั้นสมการพลังงานลดรูปเป็น

$$\frac{1}{\alpha} \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (2-31)$$

เมื่อ
$$\alpha = \frac{k}{\rho C_p}$$

ในกรณีที่ไม่มีการไหล ($u = v = 0$) สมการพลังงานลดรูปไปเป็นสมการการนำความร้อนสม่ำเสมอสองมิติ ไม่มีการผลิตความร้อนภายใน

3.5 สมการทำนายค่าพลังงานจลน์ของการไหลปั่นป่วน และการกระจายของพลังงานจลน์ของการไหลปั่นป่วน ($K - \epsilon$ model)

สมการ $K - \epsilon$ mode เป็นสมการที่ใช้ในการทำนายลักษณะการไหลของของไหลแบบปั่นป่วน ซึ่งจะเป็นการวิเคราะห์หาค่าพลังงานจลน์ของการไหลปั่นป่วน (Turbulence kinetic energy, K) และการกระจายของพลังงานจลน์ของการไหลปั่นป่วน (Dissipation of kinetic energy, ϵ) เนื่องจากค่าพลังงานจลน์ของการไหลปั่นป่วน และการกระจายของพลังงานจลน์ของการไหลปั่นป่วนเป็นค่าที่ได้จากการทดลอง ในเวลาต่อมาได้มีนักวิจัยหลายท่านได้พยายามคิดค้นสมการเพื่อใช้ในการทำนายค่าเหล่านี้ขึ้นมา จึงทำให้ลักษณะของสมการที่ใช้ในการทำนายมีลักษณะแตกต่างกัน Tennekes และ Lumley [3] งานจลน์ของการไหลปั่นป่วนตั้งสมการที่ (2-33) และ (2-35) ตามลำดับ

สมการ พลังงานจลน์ของการไหลปั่นป่วน (K)

$$\left(\begin{array}{c} \text{Rate of} \\ \text{Change} \\ \text{Of } K \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Transport} \\ \text{Of } K \text{ by} \\ \text{Convection} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Transport} \\ \text{Of } K \text{ by} \\ \text{Pressure} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Transport} \\ \text{Of } K \text{ by} \\ \text{Viscous} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Transport} \\ \text{Of } K \text{ by} \\ \text{ } \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Rate of} \\ \text{Dissipation} \\ \text{Of } K \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Transport} \\ \text{Productio} \\ \text{ } \end{array} \right) \quad (2-32)$$

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \text{div}(\rho k u) = \text{div} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_k} \text{grad } k \right] + 2\mu_t E_{ij} \cdot E_{ij} - \rho \varepsilon \quad (2-33)$$

สมการการกระจายของพลังงานจลน์ของการไหลปั่นป่วน (ε)

$$\left(\begin{array}{c} \text{Rate of} \\ \text{Change} \\ \text{Of } \varepsilon \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Transport} \\ \text{Of } \varepsilon \text{ by} \\ \text{Convection} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Transport} \\ \text{Of } \varepsilon \text{ by} \\ \text{Diffusion} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Rate of} \\ \text{Production} \\ \text{Of } \varepsilon \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{Rate of} \\ \text{Destruction} \\ \text{Of } \varepsilon \end{array} \right) \quad (2-34)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \text{div}(\rho \varepsilon u) = \text{div} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \text{grad } \varepsilon \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} 2\mu_t E_{ij} \cdot E_{ij} - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (2-35)$$

3.6 เงื่อนไขขอบ (Boundary condition)

ในการแก้สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยสิ่งสำคัญที่ขาดเสียไม่ได้คือเงื่อนไขขอบ ดังนั้น เงื่อนไขขอบเป็นตัวบ่งชี้ถึงลักษณะของความเป็นจริงที่เกิดขึ้นในบริเวณขอบเขตของการคำนวณ ในการกำหนดเงื่อนไขขอบจำเป็นต้องคำนึงถึงความเป็นจริงที่เกิดขึ้น เพื่อให้การจำลองปัญหาเหมือนจริงมากที่สุด ซึ่งจะส่งผลถึงความถูกต้องของผลที่ได้จากการคำนวณ สำหรับการจำลองการไหลในงานวิจัยนี้ มีเงื่อนไขขอบดังต่อไปนี้

3.6.1 เงื่อนไขขอบที่ทางเข้า (Inlet boundary condition)

ความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าสู่ชุดท่อทดสอบ กำหนดเป็นค่าความเร็วเฉลี่ย และค่าความเข้มของการปั่นป่วน (Turbulence Intensity, I) (FLUENT version 6.0:) ซึ่งจากค่าความเข้มของการปั่นป่วน สามารถคำนวณหาค่า k และ ε ได้จากสมการ

$$k = \frac{3}{2}(\bar{u}l)^2 \quad (3-36)$$

$$\varepsilon = C_\mu^{3/4} \frac{k^{3/2}}{\ell} \quad (3-37)$$

เมื่อ C_μ คือค่าคงที่ โดยทั่วไปมีค่าประมาณ 0.09 และ $\ell = 0.07L$ โดยที่ L คือค่าคุณลักษณะความยาว (Characteristic length) และ ℓ คือสเกลของความยาว

3.6.2 เงื่อนไขขอบที่ผนัง (wall boundary condition)

สำหรับเงื่อนไขขอบที่บริเวณผนัง กำหนดให้ความเร็วมีค่าเป็นศูนย์ (No slip condition) และบริเวณใกล้ๆ ผนังกำหนดให้ใช้ฟังก์ชันผนังมาตรฐาน (Standard wall function) (Yakhot & Orzag. 1986) โดยกำหนดให้ค่าความเร็วเฉลี่ย สมการฟังก์ชันผนังมาตรฐานเขียนได้เป็น

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^+) \quad (3-38)$$

โดยที่

$$u^+ \equiv \frac{\bar{u}_p C_\mu^{1/4} k_p^{1/2}}{\tau_w / \rho} \quad (3-39)$$

$$y^+ \equiv \frac{\rho C_\mu^{1/4} k_p^{1/2} y_p}{\mu} \quad (3-40)$$

โดยที่ κ คือค่าคงที่ของวอนการ์มันน์ (Von Karman constant) มีค่าเท่ากับ 0.42 ส่วน E คือ ค่าคงที่จากการทดลองมีค่าเท่ากับ 9.81 \bar{u}_p คือค่าความเร็วเฉลี่ยที่จุด P k_p คือค่าพลังงานจลน์ของความปั่นป่วนที่จุด P y_p คือระยะทางจากจุด P กับผนังและ μ คือค่าความหนืดของของไหล โดยทั่วไปแล้ว เมื่อ $y^+ > 11.25$ ค่าความเร็วเฉลี่ยที่ได้จะเป็นไปตามสมการ (3-40) (Patankar & Spalding. 1972) แต่ที่ $y^+ < 11.25$ ค่าของความเร็วเฉลี่ยจะเป็นไปตามความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียดแบบราบเรียบ (Laminar Stress-strain Relationship) ดังนี้

$$u^+ = y^+ \quad (3-41)$$

3.6.3 เงื่อนไขขอบที่ทางออก (Outlet boundary condition)

สำหรับเงื่อนไขขอบที่ทางออก กำหนดเป็นแบบ Pressure outlet ซึ่งสมมติให้ค่าความดันเท่ากับความดันบรรยากาศมีค่าเท่ากับศูนย์ โดยไม่คิดผลจากความดันที่ทางออกย้อนกลับ (Back pressure) และการไหลอยู่ในช่วงพัฒนาเต็มที่แล้ว (Fully developed)

3.7 วิธีการคำนวณ

ในการหาผลเฉลยของสมการควบคุม (Governing equation) ซึ่งอยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยซึ่งคู่ควบกันอยู่ได้ใช้หลักวิธีพื้นฐานของปริมาตรควบคุม ในการวิเคราะห์เชิงตัวเลข โดยแบ่งขอบเขตการคำนวณออกเป็นปริมาตรควบคุมย่อย ๆ ทำการอินทิเกรตสมการควบคุมในแต่ละปริมาตรควบคุม พร้อมทั้งจัดให้อยู่ในรูปของสมการพีชคณิต ทำการดีสครีตสมการควบคุม ซึ่งอยู่ในรูปอินทิกรัล และทำการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของปริมาตรต่าง ๆ ในปริมาตรควบคุมย่อยหนึ่ง ๆ กับปริมาตรต่าง ๆ ในปริมาตรควบคุมย่อยข้างเคียงให้อยู่ในรูปของสมการเชิงเส้น จากนั้นจึงทำการแก้สมการ เพื่อหาผลเฉลยต่อไป ซึ่งระเบียบวิธีดังกล่าวเรียกว่าวิธีการคำนวณแบบปริมาตรสืบเนื่อง (Finite volume method) เป็นการประยุกต์กระบวนการคำนวณทางด้านพลศาสตร์ของไหล (Computational fluid dynamics) การจำลองการไหลของอากาศภายในอุโมงค์ลม ด้วยโปรแกรม FLUENT 6.0 โดยการวิเคราะห์ผลเพื่อหาคำตอบจากสมการ $K - \epsilon$ model ด้วยการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต และเงื่อนไขเริ่มต้น ในส่วนของการวิเคราะห์เป็นการวิเคราะห์ของไหลที่ไหลภายในอุโมงค์ลม ซึ่งถูกกำหนดให้วางในแนวตั้งกำหนดให้อุณหภูมิที่ผนังด้านนอกของอุโมงค์ลม (T_{wall}) มีค่าคงที่ตลอดช่วงการทดสอบ ส่วนอากาศที่ทางเข้า (T_{in}) และอัตราการไหลของอากาศให้มีการแปรเปลี่ยนตามการทดลอง

เนื่องจากท่อเป็นแบบสมมาตร (Symmetry) จึงทำการสร้างกริดในการคำนวณครึ่งหนึ่งของกริดจริงโดยสร้างเซลล์สี่เหลี่ยม (Quadrilaterals cells) ในกริดลักษณะแบบเรียงแถว (in-line) และสลับแถว (Staggered) $3.60 \times 10^5 - 3.70 \times 10^5$ เซลล์ เพื่อความสะดวกและใช้เวลาในการคำนวณน้อยลงในส่วนของการสร้างเซลล์ของอุโมงค์ลมจะเป็นแบบสามเหลี่ยม (Triangular cells) ทั้งสองลักษณะ

1. ขั้นตอนการคำนวณ

- 1.1 กำหนดเงื่อนไขขอบเขต และค่าเริ่มต้นในการคำนวณโดยให้ค่าเท่ากับการทดลอง
- 1.2 กำหนดเงื่อนไขในการคำนวณ เป็นอุณหภูมิและการไหลของอากาศ อัตราความร้อน (Heat flux) โดยให้มีการไหลของอากาศเป็นแบบปั่นป่วน รวมทั้งการถ่ายเทความร้อน
- 1.3 คำนวณสมการโมเมนตัมเพื่อทำการหาความเร็ว จากสมการที่ 3-21, 3-22 และ 3-23
- 1.4 คำนวณสมการพลังงานเพื่อหาพลังงานรวมจำเพาะ จากสมการที่ 3-31
- 1.5 คำนวณค่าพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน และอัตราการสูญเสียพลังงานจลน์ของการปั่นป่วนโดยใช้แบบจำลอง $K - \epsilon$ model จากสมการที่ 2-33 และ 2-35
- 1.6 ในกรณีค่าความถูกต้องของคำตอบไม่เป็นที่ยอมรับให้กลับไปทำตามขั้นตอนที่ 3-5 ใหม่ผลการคำนวณที่ลู่ออกหาค่าตอบกระทั่งค่าที่ได้จากการคำนวณถูกต้องยอมรับได้ตามค่าที่กำหนด จึงทำการหยุดการคำนวณและแสดงผล (Convergence)

2. ผลกระทบของกริดที่มีต่อคำตอบ (Grid independent)

ในการคำนวณหาผลกระทบของกริด ที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงของคำตอบนั้น ได้กระทำในกรณีค่าพารามิเตอร์ความร้อนคงที่ โดยทำการสร้างกริดให้มีขนาดแตกต่างกันเพื่อหาค่าความถูกต้องและความเหมาะสมกับระยะเวลาในการคำนวณเพื่อหาค่าที่ดีที่สุดดังแสดงในตาราง 3.1 และ 3.2

ตารางที่ 3.1 ค่าตัวแปรที่เกิดจากผลกระทบของกริดในการคำนวณของครีบลักษณะแบบเรียงแถว

จำนวนกริด ($n \times 10^5$)	อัตราความร้อน (kW/m^2)	Re	Nu	ค่าความต่าง
2.80	1.82	4537	138.18	8.53 %
3.20			151.07	
3.60			155.83	3.05 %
5.10			153.54	-1.49 %

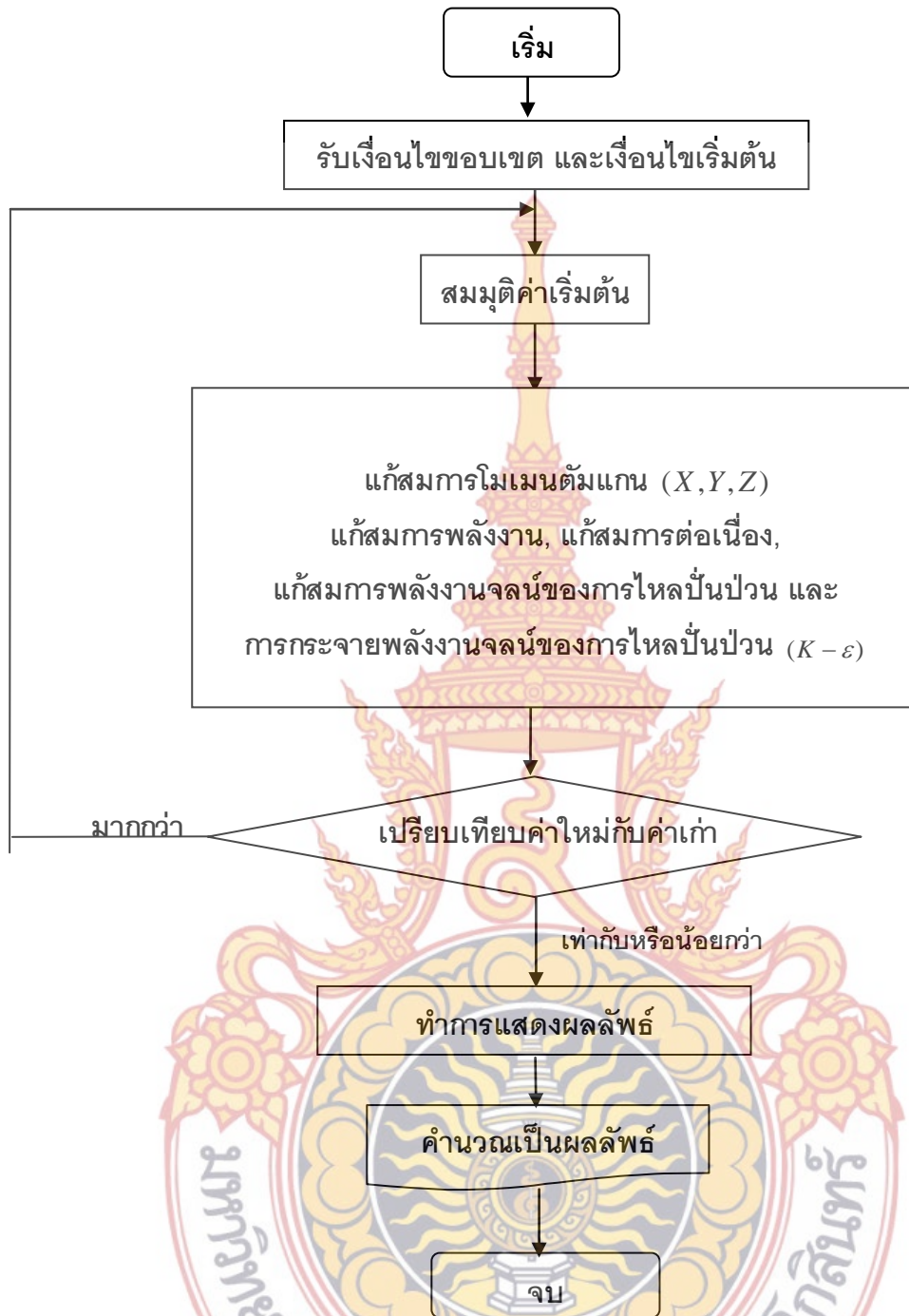
ตารางที่ 3.2 ค่าตัวแปรที่เกิดจากผลกระทบของกริดในการคำนวณของครีบลักษณะแบบสลับแถว

จำนวนกริด ($n \times 10^5$)	อัตราความร้อน (kW/m^2)	Re	Nu	ค่าความต่าง
2.50	1.82	4594	186.36	12.72 %
3.10			213.54	1.97 %
3.70			217.83	0.87 %
5.0			219.75	

สำหรับผลการคำนวณค่าตัวเลขเชลท์นัมเบอร์ (Nusselt number, Nu) ที่ได้ในกริดที่มีลักษณะแบบเรียงแถวค่าที่ได้ของกริด (Grid) ในช่วง $3.60 \times 10^5 - 5.10 \times 10^5$ มีค่าความต่างน้อยมาก ดังนั้นเราจึงเลือกกริดที่มีขนาด 3.60×10^5 เพราะใช้ระยะเวลาในการคำนวณน้อยกว่ากริดขนาด 5.10×10^5 มาก และในกริดที่มีลักษณะเรียงตัวแบบสลับแถวเราจะเลือกใช้กริดขนาด 3.70×10^5 ซึ่งให้ค่าความต่างน้อยและประหยัดเวลาในการคำนวณน้อยกว่ากริดขนาด 5.0×10^5



ขั้นตอนการคำนวณของโปรแกรม โดยมีรายละเอียดของ ขั้นตอนในการหาคำตอบดังต่อไปนี้



รูปที่ 3.5 แสดงโฟลชาร์ท (Flowchart) ของโปรแกรมในการคำนวณ

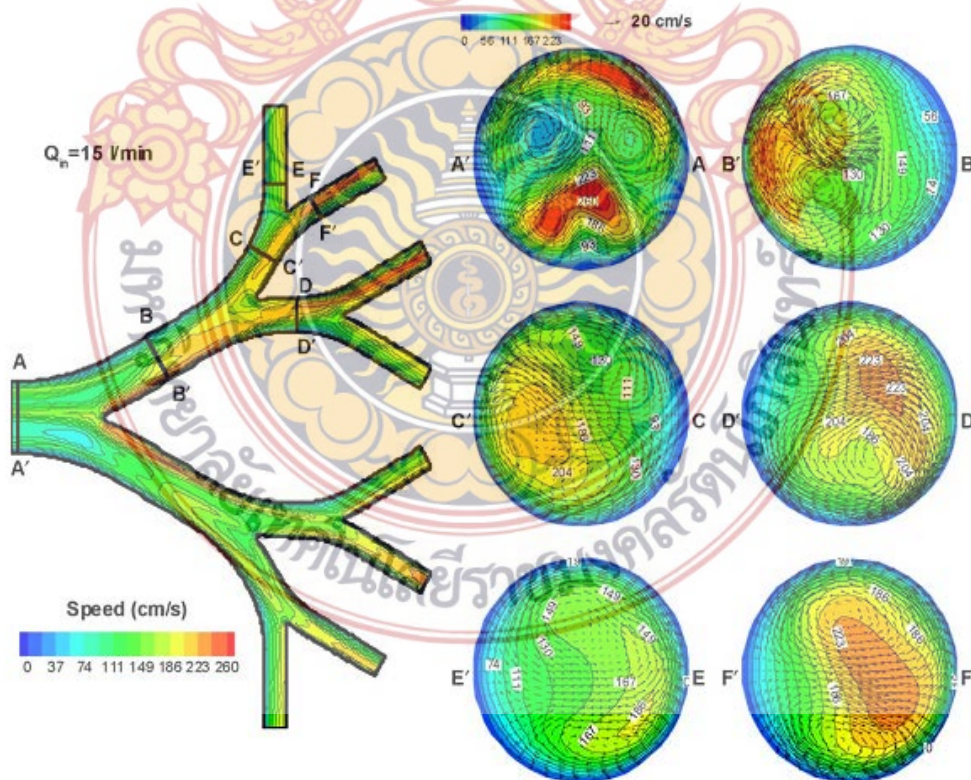
บทที่ 4

ผลการทดลองและการวิเคราะห์

ในการศึกษานี้เป็นการศึกษาปรากฏการณ์การไหล (Flow Phenomena) เมื่อมีการไหลของอนุภาค (Particle) ในระบบทางเดินหายใจตอนบนของมนุษย์ โดยใช้โปรแกรม CFD เนื่องจากในการหายใจของมนุษย์นั้น ในอากาศจะมีส่วนผสมของฝุ่นละออง หรือสิ่งเจือปนที่มีขนาดเล็กที่ไม่สามารถมองเห็นได้ ตลอดจนการให้ยาที่เป็นฝุนผงเพื่อให้ยาเข้าถึงจุดหมายในร่างกายสำหรับโรคบางชนิด

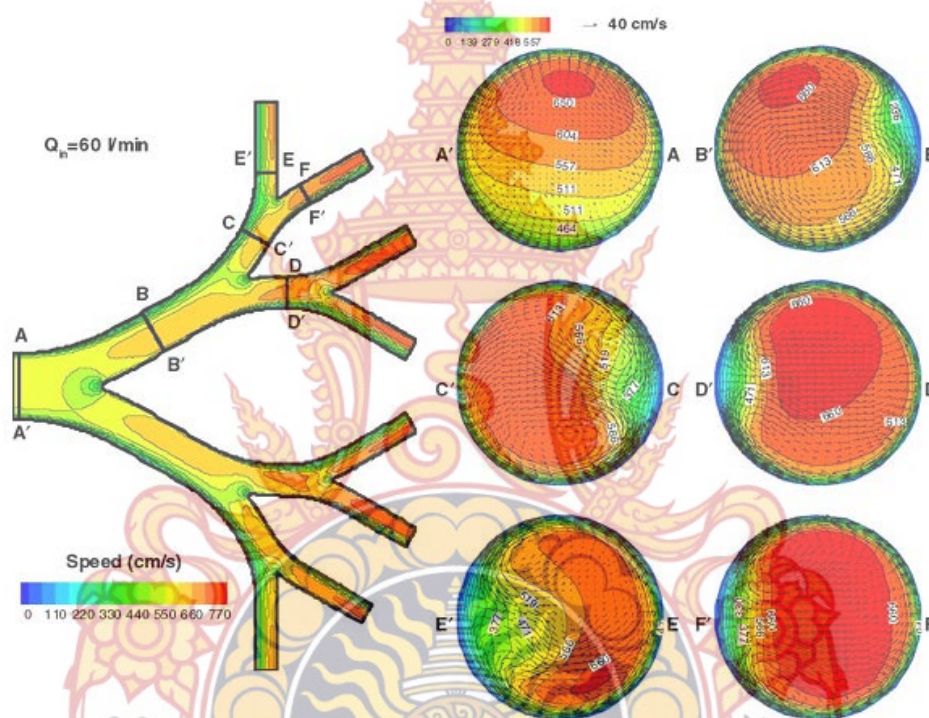
เนื่องจากในการศึกษาที่เกี่ยวข้องกับมนุษย์และสัตว์นั้นจะมีข้อจำกัดเพราะมีกฎหมายคุ้มครองทางด้านนี้อยู่ไม่สามารถทำการศึกษาดูด้วยการทดลองได้ ดังนั้นจึงมีการพัฒนาการคำนวณทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างแบบจำลองให้เห็นภาพเหมือนใกล้เคียงของจริงมากที่สุด ซึ่งในการศึกษานี้จะเป็นการสร้างแบบจำลองเพื่อให้เห็นสายธารการเคลื่อนที่ของอากาศภายในระบบทางเดินหายใจตอนบนของมนุษย์ที่มีอัตราการไหล 15 ลิตรต่อนาที ความเร็ว 20 cm/s และอัตราการไหล 60 ลิตรต่อนาที ความเร็ว 40 cm/s ขนาดของอนุภาคเท่ากับ 1 นาโนเมตร 10 นาโนเมตรและ 100 นาโนเมตรตามลำดับ

4.1 ความเร็วในการไหล



รูปที่ 4.1 แสดงความเร็วในการไหลในระบบทางเดินหายใจ (อัตราการไหลทางเข้า 15 ลิตรต่อนาที)

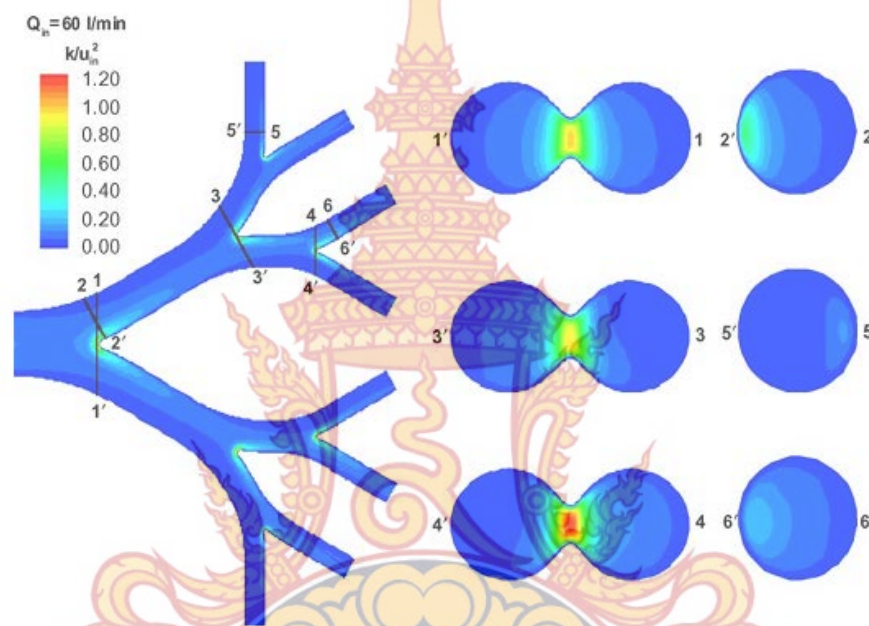
จากรูปที่ 4.1 แสดงความเร็วในการไหลในระบบทางเดินหายใจที่มีอัตราการไหลทางเข้า 15 ลิตรต่อนาที ความเร็วเริ่มต้น 20 เซนติเมตรต่อวินาที เป็นความเร็วในการหายใจในสภาวะปกติ ส่วนรูปที่ 4.2 แสดงความเร็วในการไหลในระบบทางเดินหายใจที่มีอัตราการไหลทางเข้า 60 ลิตรต่อนาที ความเร็วเริ่มต้น 40 เซนติเมตรต่อวินาที และความเร็วของอากาศนี้จะค่อย ๆ เพิ่มมากขึ้นเมื่อผ่านท่อทางแยก หรือมีระยะทางไกลมากขึ้น แต่จะสังเกตเห็นว่าที่ระยะทางเท่ากันของท่อขนาดเดียวกัน ความเร็วจะไม่เท่ากันตลอดพื้นที่หน้าตัดเนื่องจากการแปรเปลี่ยนของขนาดและความซับซ้อนในการไหล



รูปที่ 4.2 แสดงความเร็วในการไหลในระบบทางเดินหายใจ (อัตราการไหลทางเข้า 60 ลิตรต่อนาที)

4.2 พลังงานจลน์

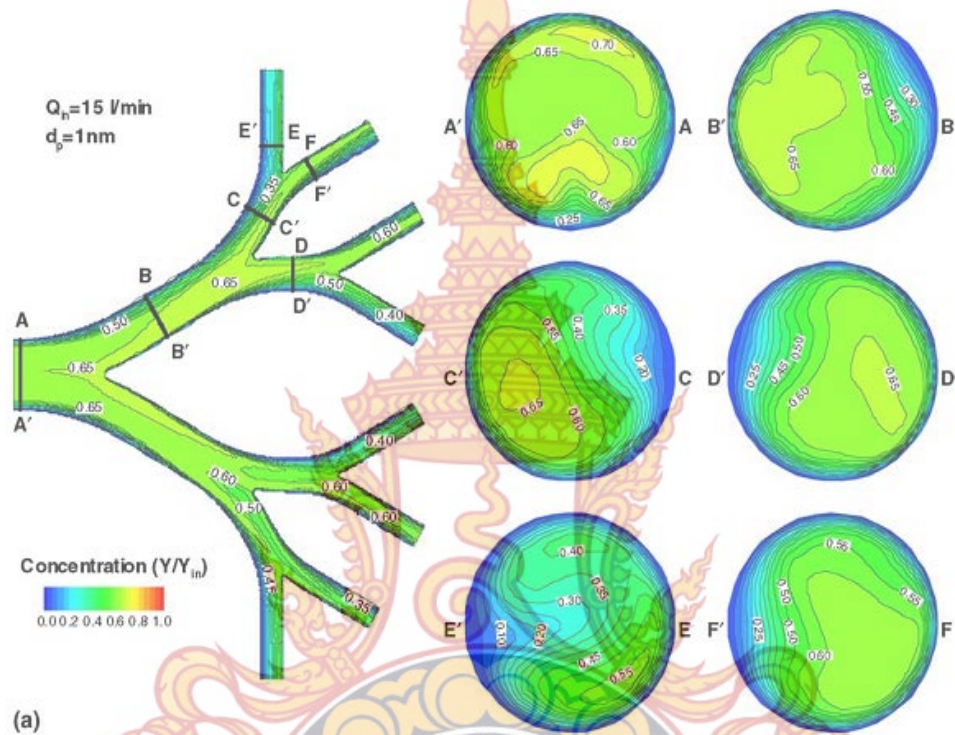
ในรูปที่ 4.3 แสดงพลังงานจลน์ของการไหลแบบปั่นป่วน (อัตราการไหลทางเข้า 60 ลิตรต่อวินาที) จะเห็นว่าตรงทางแยกของท่อทางนั้นความเร็วในการไหลจะน้อยมากซึ่งเป็นจุดที่เกิดพลังงานจลน์สูงมากเมื่อเทียบกับจุดอื่น ซึ่งเป็นผลให้มีอนุภาคเกาะยึดตรงบริเวณนี้มาก



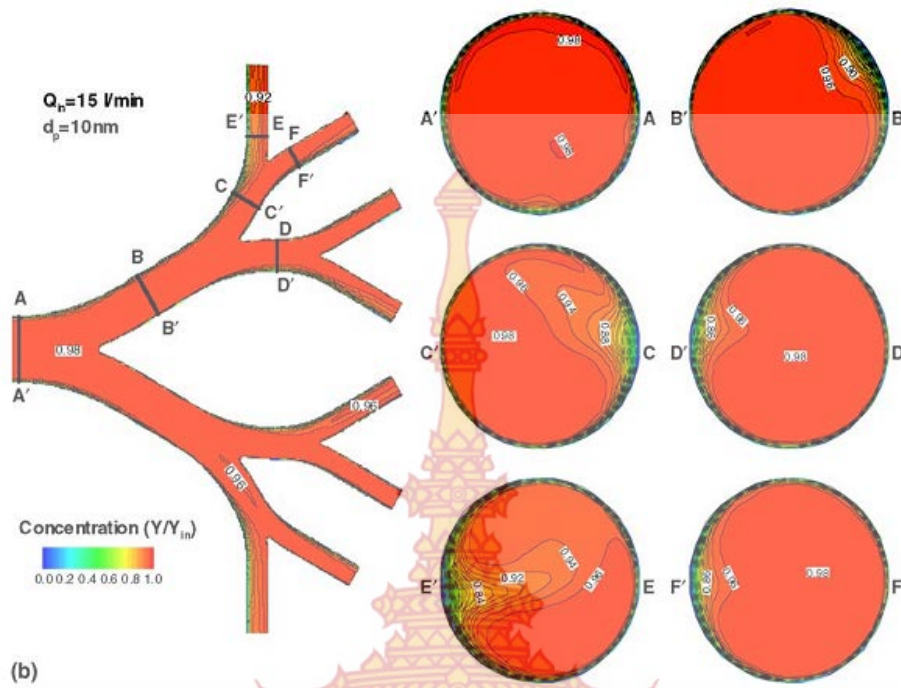
รูปที่ 4.3 แสดงพลังงานจลน์ของการไหลแบบปั่นป่วน (อัตราการไหลทางเข้า 60 ลิตรต่อวินาที)

4.3 การไหลของอนุภาค

จากรูปที่ 4.4 แสดงการไหลของอนุภาคขนาด 1 นาโนเมตร (อัตราการไหลทางเข้า 15 ลิตรต่อ นาที) นั้นจะเห็นว่าอนุภาคจะเคลื่อนที่ไปด้วยความเร็วที่สูงกว่าความเร็วของอากาศที่ไม่มีอนุภาคผสม อยู่เนื่องจากมีมวลมากกว่าอากาศ



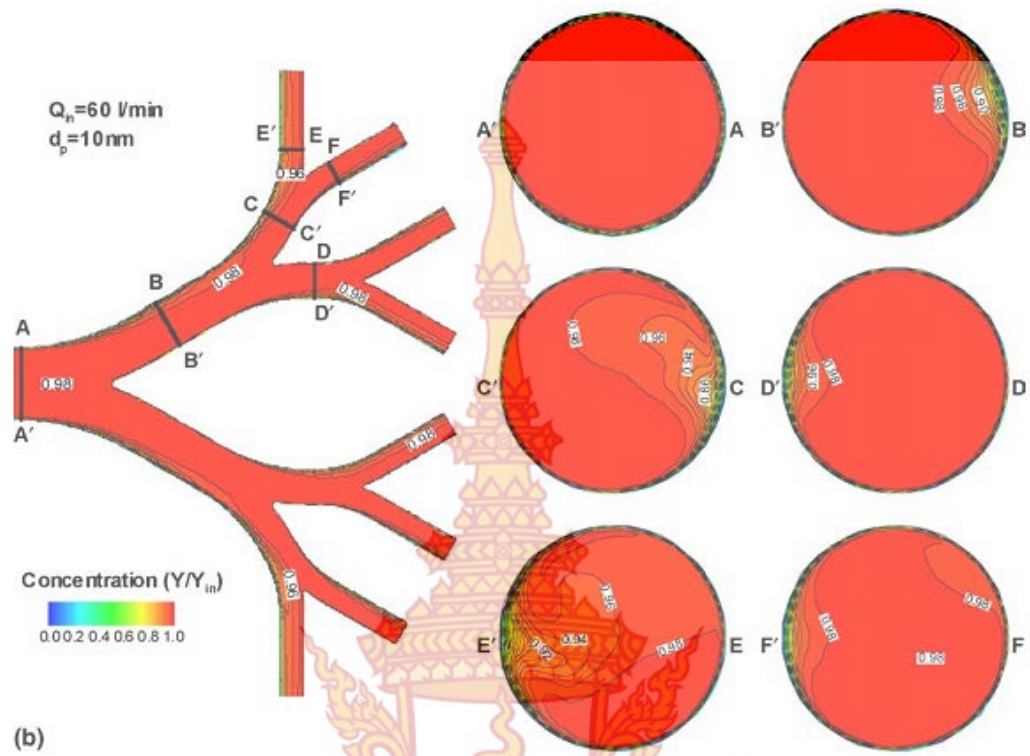
รูปที่ 4.4 แสดงการไหลของอนุภาคขนาด 1 นาโนเมตร (อัตราการไหลทางเข้า 15 ลิตรต่อ นาที)



รูปที่ 4.5 แสดงการไหลของอนุภาคขนาด 10 นาโนเมตร (อัตราการไหลทางเข้า 15 ลิตรต่อนาที)



รูปที่ 4.6 แสดงการไหลของอนุภาคขนาด 1 นาโนเมตร (อัตราการไหลทางเข้า 60 ลิตรต่อนาที)



รูปที่ 4.7 แสดงการไหลของอนุภาคขนาด 10 นาโนเมตร (อัตราการไหลทางเข้า 60 ลิตรต่อนาที)



บทที่ 5

สรุปและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลการทดลอง

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาปรากฏการณ์การไหล (Flow Phenomena) เมื่อมีการไหลของอนุภาค (Particle) ในระบบทางเดินหายใจตอนบนของมนุษย์ โดยใช้โปรแกรม CFD เพื่อสร้างแบบจำลองการไหลของอากาศที่มีส่วนผสมของอนุภาค เพื่อให้เห็นลักษณะการไหลและการเกิดคราบหรือตะกอนที่เกาะติดตามผนังของท่อทางเดินหายใจ โดยกำหนดอัตราการไหลที่ทางเข้าเป็น 15 ลิตรต่อนาที ความเร็วเริ่มต้น 20 เซนติเมตรต่อวินาที และอัตราการไหลที่ทางเข้า 60 ลิตรต่อนาที ความเร็วเริ่มต้น 40 เซนติเมตรต่อวินาที อนุภาคที่ผสมอยู่ในอากาศเป็นแบบ 2 เฟส คือ ของแข็ง และ ก๊าซ โดยอนุภาคมีขนาด 1 นาโนเมตร และ 10 นาโนเมตร จากแบบจำลองพบว่าถ้าที่ความเร็วในการไหล 20 เซนติเมตรต่อวินาที อนุภาคจะเกาะติดบริเวณท่อทางแยกมากกว่า ที่ความเร็วในการไหล 40 เซนติเมตรต่อวินาที เนื่องจากที่ความเร็วในการไหลต่ำจะเกิดพลังงานจลน์มาก ซึ่งเป็นบริเวณที่มีความเร็วต่ำคือบริเวณขอบและทางแยก

5.2 ข้อเสนอแนะ

ในการศึกษาวิจัยนี้มีข้อกำหนดหลายประการที่สามารถพิสูจน์ให้เห็นภาพเชิงทดลองได้ และข้อมูลที่น่ามาใช้ในการศึกษาและเปรียบเทียบในการสร้างแบบจำลองจะเป็นข้อมูลทางทฤษฎีที่มีการศึกษากันมาซึ่งในการศึกษาครั้งนี้มีข้อเสนอแนะดังนี้

1. เนื่องจากในการสร้างแบบจำลองมีตัวแปรจำนวนและมีสมการที่ซับซ้อน ในการประมวลผลต้องใช้เวลาาน ดังนั้นคอมพิวเตอร์ที่ใช้ควรมีขนาดใหญ่ หรือมีความสามารถในการประมวลผลได้ดี
2. เพื่อให้แบบจำลองการไหลที่ได้สามารถมองเห็นภาพการไหลได้อย่างชัดเจนควรพัฒนาแบบจำลองการไหลเป็นแบบ 3 มิติ



บรรณานุกรม

- [1] บุญรัตน์ เอื้อสุดกิจ และคณะ “คู่มือโรคระบบลมหายใจเหตุสิ่งแวดลอม” เรือนแก้วการพิมพ์ กรุงเทพฯ 2544
- [2] ชูศักดิ์ เวชแพศย์, สรีรวิทยาของมนุษย์ 1, สวัสดิการพิมพ์, กรุงเทพฯ, 2540
- [3] R.K. Calay, Jutarat Kurujareon and Erik Holdo. “Numerical Simulation of Respiratory Flow Patterns within Human Lung”, Respiratory Physiology and Neurobiology, Vol. 130, 2002, pp.201-221
- [4] Jutarat Kurujareon, “Simulation of the Unsteady Oscillatory Flow in Three -dimensional Asymmetric Bifurcation Model of the Conducting Airway in the Human Lung”, The 17th Annual Conference of Mechanical Engineering Network, 2003, pp. 91-96
- [5] Cs. J. Hegedus, I. Balahazy, A. Farkas., “Detailed Mathematical Description of the Geometry of Airway Bifurcation”, Respiratory Physiology and Neurobiology, Vol. 141, 2004, pp. 99-114
- [6] Z. Zhang, C. Kleinstreuer, C.S. Kim, “Cyclic Micron-size Particle Inhalation and Deposition in a Triple Bifurcation Lung Airway Model”. Aerosol Science, Vol.3, 2002, pp. 257-281
- [7] Z. Zhang, C. Kleinstreuer, C.S. Kim, “Effects of Curved Inlet on Air Flow and Particle Deposition in Bifurcation Lung Model”. Journal of Biomechanics, Vol.34, 2001, pp. 659-669